

Berechenbarkeit und Komplexitätstheorie

Wintersemester 2021/2022

Aufgabenblatt 2

Abgabe: 19. November 2021 um 12 Uhr

Bitte beachten Sie die folgenden Vorgaben für die Abgabe: Geben Sie nur eine *einzelne* Datei ab. Diese Datei sollte vorzugsweise im pdf-Format sein. Falls Ihre Abgabe aus mehr als einer Datei besteht, dann packen Sie diese bitte zusammen in ein **zip**-Archiv. Notieren Sie auf Ihrer Abgabe die Namen und Matrikelnummern aller an der Abgabe beteiligten Personen. Achten Sie darauf, dass Ihre Datei leserlich ist – insbesondere bei Fotos einer handschriftlichen Abgabe. Bezeichnen Sie die abzugebende Datei nach dem folgenden Muster:

Nachname_Vorname_Matrikelnummer.pdf (bzw. .zip)

Falls Sie als Gruppe abgeben reichen als Dateiname die Daten eines Gruppenmitglieds – die Daten der anderen Mitglieder stehen in der Lösung selbst. Zur Abgabe gibt es in *Moodle* einen passenden Abschnitt namens “Übung 2” in dem Sie Ihre Lösungen hochladen können.

Abgabetermin ist Freitag, der **19. November 2021 um 12 Uhr**.

Aufgabe 2.1 (2 + 3 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass man zu jeder (Einband-)Turingmaschine eine neue Turingmaschine konstruieren kann, die zwei Bänder und nur die beiden Zustände z_0 (Startzustand) und z_e (Endzustand) besitzt.
- b) Zeigen Sie, dass man eine beliebige Mehrband-Turingmaschine mit k Bändern durch eine Einband-Turingmaschine simulieren kann.

Aufgabe 2.2 (6 Punkte)

Die Firma GLOBEX verkauft die Programmiersprache “LOOP++”. Zusätzlich zu den Anweisungen üblicher (also aus der Vorlesung bekannter) LOOP-Programme besitzt LOOP++ noch die folgenden Makros (mit der üblichen Semantik aus bekannten Programmiersprachen):

- **if** $x_k = 0$ **then** A **else** B **end** (A und B sind beliebige LOOP++-Programme.)
- $x_i := x_j + x_k$
- $x_i := x_j \cdot x_k$

LOOP++ kostet wesentlich mehr als LOOP. Ist dieser höhere Preis gerechtfertigt, oder kann LOOP++ nicht mehr berechnen als LOOP?

Aufgabe 2.3 (4 Punkte)

Die *Lucas*-Zahlen sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} L_1 &= 2 \\ L_2 &= 1 \\ L_{n+1} &= L_n + L_{n-1} \quad (\text{Für } n \geq 2) \end{aligned}$$

Schreiben Sie ein LOOP-Programm, das die n -te Lucas-Zahl L_n berechnet. Wie üblich ist der Wert n zu Beginn des Programms in Variable x_1 gespeichert. (Sie dürfen hierzu das Additions-Makro aus der vorigen Aufgabe nutzen.)