

Graph Visualisierung

Sommersemester 2025

Übung 1

Aufgabe 1:

Sei $G = (V, E)$ ein planarer Graph. Eine planare Einbettung von G kann auf 2 Arten definiert werden:

1. Für jeden Knoten $v \in V$ die zyklische Anordnung der zu v inzidenten Kanten im Uhrzeigersinn z.B. gegeben durch eine Funktion $next_incident_edge(e, v)$ die den Nachfolger von e in der Inzidenzliste von v liefert.
2. Für jedes Face f der Einbettung die zyklische Liste (Face-Zyklus) der Kanten von f im Uhrzeigersinn, z.B. gegeben durch eine Funktion $next_face_edge(e, f)$ die den Nachfolger von e im Face-Zyklus von f liefert.

Zeigen Sie, dass beide Darstellungen äquivalent sind.

Aufgabe 2:

Geben Sie Beispiele für planare Graphen,

1. die mehrere planare Einbettungen besitzen.
2. deren planare Einbettung eindeutig ist.

Aufgabe 3:

Ein Graph $G = (V, E)$ kann als Adjazenzmatrix oder durch Adjazenzenlisten (für jeden Knoten eine) dargestellt werden. Die erste Möglichkeit erlaubt Abfragen der Form " $e \in G$?" in Zeit $O(1)$, die zweite Möglichkeit braucht nur Platz $O(n)$. Zeigen Sie, daß man bei planaren Graphen sowohl Zeit $O(1)$ als auch Platz $O(n)$ gleichzeitig erreichen kann.

Aufgabe 4:

Entwickeln Sie einen Algorithmus zur Färbung der Knoten eines planaren Graphen mit maximal 5 Farben, so dass für alle Kanten $(v, w) \in E$ gilt: die Farben von v und w sind verschieden. *Hinweis:* Nutzen Sie dazu die Eigenschaft planarer Graphen, dass es entweder einen Knoten vom Grad ≤ 3 gibt oder einen Knoten vom Grad 4, dessen Nachbarn nicht alle paarweise durch Kanten verbunden sind. *Frage:* Warum ist diese Eigenschaft erfüllt?