

Berechenbarkeit und Komplexitätstheorie

Wintersemester 2022/2023

Aufgabenblatt 2

Abgabe: Spätestens 15. November 2022 um 12 Uhr (in der Übung)

Aufgabe 2.1 (2 + 3 Punkte)

- Zeigen Sie, dass man zu jeder (Einband-)Turingmaschine eine neue Turingmaschine konstruieren kann, die zwei Bänder und nur die beiden Zustände z_0 (Startzustand) und z_e (Endzustand) besitzt.
- Zeigen Sie, dass man eine beliebige Mehrband-Turingmaschine mit k Bändern durch eine Einband-Turingmaschine simulieren kann.

Aufgabe 2.2 (6 Punkte)

Die Firma GLOBEX verkauft die Programmiersprache "LOOP++". Zusätzlich zu den Anweisungen üblicher (also aus der Vorlesung bekannter) LOOP-Programme besitzt LOOP++ noch die folgenden Makros (mit der üblichen Semantik aus bekannten Programmiersprachen):

- `if $x_k = 0$ then A else B end` (A und B sind beliebige LOOP++-Programme.)
- `$x_i := x_j + x_k$`
- `$x_i := x_j \cdot x_k$`

LOOP++ kostet wesentlich mehr als LOOP. Ist dieser höhere Preis gerechtfertigt, oder kann LOOP++ nicht mehr berechnen als LOOP?

Aufgabe 2.3 (4 Punkte)

Die *Lucas*-Zahlen sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}L_1 &= 2 \\L_2 &= 1 \\L_{n+1} &= L_n + L_{n-1} \quad (\text{Für } n \geq 2)\end{aligned}$$

Schreiben Sie ein LOOP-Programm, das die n -te Lucas-Zahl L_n berechnet. Wie üblich ist der Wert n zu Beginn des Programms in Variable x_1 gespeichert. (Sie dürfen hierzu das Additions-Makro aus der vorigen Aufgabe nutzen.)