Netzwerkalgorithmen
Wintersemester 2023
Übung 6

Aufgabe 1:
Zeigen Sie dass ein maximaler Fluss in einem zusammenhängenden Graphen mit m Kanten stets durch eine Folge von höchstens m erhöhenden Pfaden erreicht werden kann. *Hinweis*: Bestimmen Sie die Pfade *nachdem* sie einen maximalen Fluss berechnet haben.

Aufgabe 2:
Sei G ein ungerichteter Graph mit n Knoten und m Kanten. Der *Kantenzusammenhang* von G ist die kleinste Zahl k von Kanten, die man entfernen muss, um G in zwei oder mehr Zusammenhangskomponenten zu zerlegen. Zeigen Sie, wie man k durch Lösen von n Maximum-Flow-Problemen auf Netzwerken mit jeweils $O(n)$ Knoten und $O(m)$ Kanten berechnen kann.

Aufgabe 3)
Ein Netzerkflussproblem mit unteren und oberen Kapazitätsschranken ist gegeben durch einen Graphen $G = (V, E)$, eine Quelle s, eine Senke t, und zwei Kapazitätsfunktionen $low : E \longrightarrow \mathbb{R}$ und $high : E \longrightarrow \mathbb{R}$. Eine (s,t)-Fluss f ist *legal*, falls er die Massenerhaltungsbedingung und die Kapazitätsbedingungen $low(e) \leq f(e) \leq high(e)$ für alle $e \in E$ erfüllt.

a) Zeigen Sie, wie das Problem zu testen, ob ein legaler Fluss existiert, auf ein normales Flussproblem (ohne untere Kapazitätsschranken) zurückgeführt werden kann.

b) Entwickeln Sie einen Algorithmus zur Berechnung eins maximalen (s,t)-Flusses in einem Netzwerk mit unteren und oberen Schranken.