

# Netzwerkalgorithmen

Wintersemester 2023

## Übung 7

### Aufgabe 1)

Ein Netzkerflussproblem mit unteren und oberen Kapazitätsschranken ist gegeben durch einen Graphen  $G = (V, E)$ , eine Quelle  $s$ , eine Senke  $t$ , und zwei Kapazitätsfunktionen  $low : E \rightarrow \mathbb{R}$  und  $high : E \rightarrow \mathbb{R}$ . Eine  $(s, t)$ -Fluss  $f$  ist *legal*, falls er die Massenerhaltungsbedingung und die Kapazitätsbedingungen  $low(e) \leq f(e) \leq high(e)$  für alle  $e \in E$  erfüllt.

a) Zeigen Sie, wie das Problem zu testen, ob ein legaler Fluss existiert, auf ein normales Flussproblem (ohne untere Kapazitätsschranken) zurückgeführt werden kann.

b) Entwickeln Sie einen Algorithmus zur Berechnung eines maximalen  $(s, t)$ -Flusses in einem Netzwerk mit unteren und oberen Schranken.

### Aufgabe 2:

Modifizieren Sie den generischen Preflow-Push Algorithmus so, dass er den sog. *Highest-Label* Preflow-Push Algorithmus realisiert. Dabei wird in der Hauptschleife immer ein aktiver Knoten  $i$  mit maximalem Distanzlabel  $d(i)$  ausgewählt. Entwerfen Sie hierzu insbesondere eine Datenstruktur zur Realisierung der Menge der aktiven Knoten.

### Aufgabe 3:

Statt mit der einfachen Distanzfunktion  $d(i) = 0$  für alle  $i \neq s$  aus der Vorlesung, kann man den Preflow-Push Algorithmus mit jedem legalen Distanzlabeling starten, insbesondere mit einer exakten Distanzfunktion der kürzesten Pfade zum Knoten  $t$  in  $G(x)$ . Wie kann man eine solche Distanzfunktion berechnen?