

# Netzwerkalgorithmen

Wintersemester 2023

## Übung 8

### Aufgabe 1: (Negative Cycle Optimality)

Zeigen Sie, dass ein feasible Flow  $x$  genau dann eine optimale Lösung für das Min-Cost-Flow Problem ist, wenn das Restnetzwerk  $G(x)$  keinen negativen Zyklus enthält.

### Aufgabe 2: (Negative Cycle Cancelling)

Entwickeln Sie aus Aufgabe 1 einen Algorithmus zur Lösung des MCF-Problems. Starten Sie hierzu mit einem feasible Flow  $x$  der schrittweise in einen optimalen Fluss (d.h. mit minimalen Kosten) umgeformt wird.

Wie ist die Laufzeit ?

### Aufgabe 3 (Complementary Slackness Optimality)

Zeigen Sie, dass ein feasible Flow  $x$  genau dann eine optimale Lösung für das Min-Cost-Flow Problem ist, wenn es ein Potential  $\pi$  gibt, so dass für alle Kanten  $(i, j) \in E$  gilt:

a)  $c_{ij}^\pi > 0 \Rightarrow x_{ij} = 0$

b)  $0 < x_{ij} < u_{ij} \Rightarrow c_{ij}^\pi = 0$

c)  $c_{ij}^\pi < 0 \Rightarrow x_{ij} = u_{ij}$