

Algorithmische Geometrie

Winter 2024

Übung 7

Aufgabe 1:

Arbeiten Sie Details der Triangulierungsmethode zur Lösung des Point-Location Problems aus.

- Entwickeln Sie einen Algorithmus zur Triangulierung eines *star-shaped* Polygons.
- Zeigen Sie, dass die Laufzeit für den Aufbau der Datenstruktur $O(n \log n)$ ist
- Zeigen Sie, dass der Platzbedarf der Datenstruktur $O(n)$ ist.

Aufgabe 2:

Das *farthest neighbor Voronoi Diagramm* von punktförmigen Orten $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}^2$ ist die planare Einbettung eines Graphen G in die Ebene, der die Eigenschaft besitzt, daß jede Region R einem Ort x_R zugeordnet ist. Dabei gilt, daß für jeden Punkt $p \in R$ x_R der am weitesten entfernte Ort in $\{x_1, \dots, x_n\}$ ist. (Punkte auf den Kanten von G haben mehrere gleich weit entfernte weiteste Orte).

Zeige:

1. Wenn $R \neq R'$ ist, dann ist $x_R \neq x_{R'}$.
2. Alle Regionen sind unbeschränkt.
3. G ist ein azyklischer Graph, also ein Baum.
4. Alle Kanten von G sind Stücke von Mittelsenkrechten zweier Punkte x_i und x_j .
5. G hat höchstens $n - 2$ Knoten.

Aufgabe 3:

Überlegen Sie sich, wie man den kleinsten einschließenden Kreis von n Punkten in der Ebene in Zeit $O(n)$ berechnen kann, wenn man das farthest neighbor Voronoi Diagramm der Punkte kennt.