

1. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen für geographische Informationssysteme (WS 2024/25)

Aufgabe 1 – Hausdorff und Fréchet

Gegeben sind drei Polygonzüge $P = (p_1, \dots, p_n)$ und $Q = (q_1, \dots, q_m)$ und $Q' = (q_m, \dots, q_1)$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- a) $d_{\text{fréchet}}(P, Q) < d_{\text{hdorff}}(P, Q)$
- b) $d_{\text{hdorff}}(P, Q) = d_{\text{hdorff}}(P, Q')$
- c) $d_{\text{hdorff}}(Q, Q') = 0$
- d) $d_{\text{fréchet}}(P, Q) = d_{\text{fréchet}}(P, Q')$
- e) $d_{\text{fréchet}}(Q, Q') = 0$

Aufgabe 2 – Markow Studenten

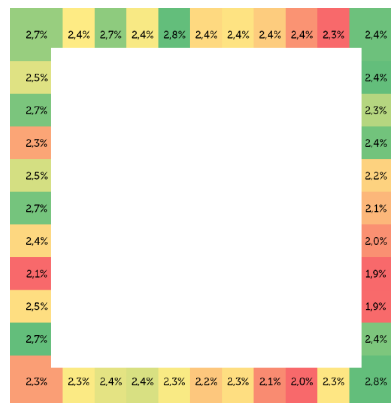
Betrachten wir einen Studenten, der sich zu jedem Zeitpunkt in einem der Zustände aus $Z = \{\text{Study, Party, Sleep}\}$ befindet. Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind wie folgt.

	$P[X_{n+1} = \text{Party} \mid X_n = \text{Party}] = 0,5$
$P[X_{n+1} = \text{Study} \mid X_n = \text{Study}] = 0,3$	$P[X_{n+1} = \text{Sleep} \mid X_n = \text{Party}] = 0,5$
$P[X_{n+1} = \text{Party} \mid X_n = \text{Study}] = 0,5$	$P[X_{n+1} = \text{Study} \mid X_n = \text{Sleep}] = 0,3$
$P[X_{n+1} = \text{Sleep} \mid X_n = \text{Study}] = 0,2$	$P[X_{n+1} = \text{Party} \mid X_n = \text{Sleep}] = 0,3$
$P[X_{n+1} = \text{Study} \mid X_n = \text{Party}] = 0,0$	$P[X_{n+1} = \text{Sleep} \mid X_n = \text{Sleep}] = 0,4$

- a) Zeichnen Sie das Zustandsübergangsdiagramm mit einem Knoten für jeden Zustand und Pfeilen, die die Übergangswahrscheinlichkeiten anzeigen.
- b) Ihnen wird vielleicht auffallen, dass unabhängig von der Anfangsverteilung ($P[X_1]$) die Wahrscheinlichkeitsverteilung für spätere Zeitschritte immer zur gleichen Verteilung konvergiert, wenn genügend Zeit vergeht.

Aufgabe 3 – Im Gefängnis (nur zu Besuch)

Modellieren Sie eine einfache Version davon, wie ein Spieler während des Spiels das Brett umrundet, als Markow-Kette (eine Beschreibung in Worten genügt). Was sind die Zustände und Übergangswahrscheinlichkeiten? Erforschen Sie anschließend erweiterte Regeln und integrieren Sie einige davon in Ihr Modell, z.B.: ins Gefängnis kommen, aus dem Gefängnis herauskommen und Ereigniskarten.



2