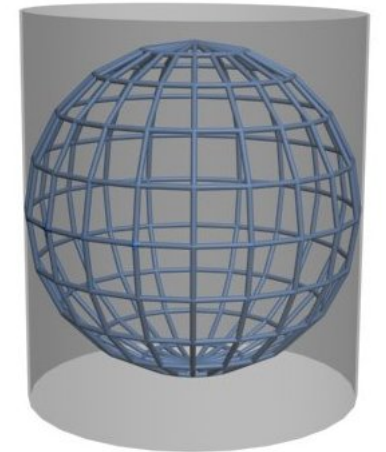
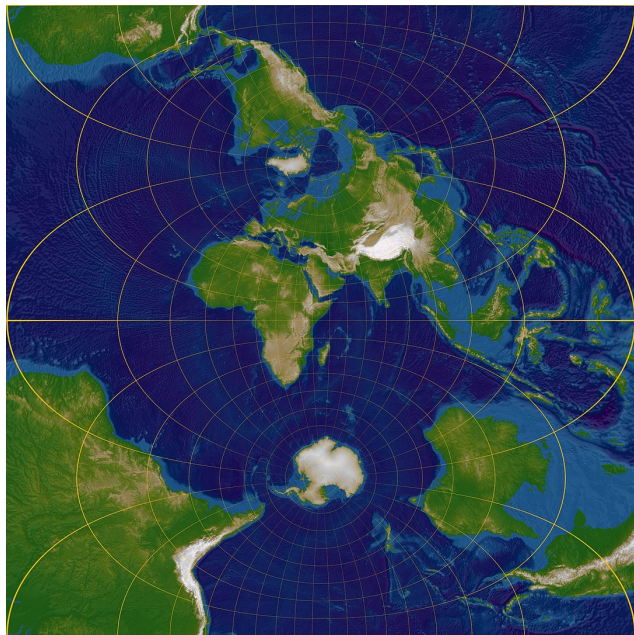


Algorithmen für geographische Informationssysteme

1. Vorlesung Einführung & Geodäsie

Teil I: Einführung





Geo-

-informatik

Geobotanik

Wirtschaftsinformatik

Geodäsie

Luft- und Raumfahrtinformatik

Geographie

Bioinformatik

Geologie

technische Informatik

Geomatik

Medieninformatik

Geowissenschaften

Sozialinformatik

...

...

Geoinformatik



Wissenschaftliche Grundlage für Geographische Informationssysteme (GIS)

- Erfassung
- Verwaltung
- Analyse
- Präsentation

raumbezogener Information



Software



Platzhirsche

freie Software

Desktop-GIS



ArcGIS



QGIS
(Vektor)

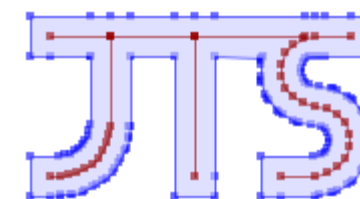


Grass
(Raster)

räumliche Datenbank



Programmierbibliothek

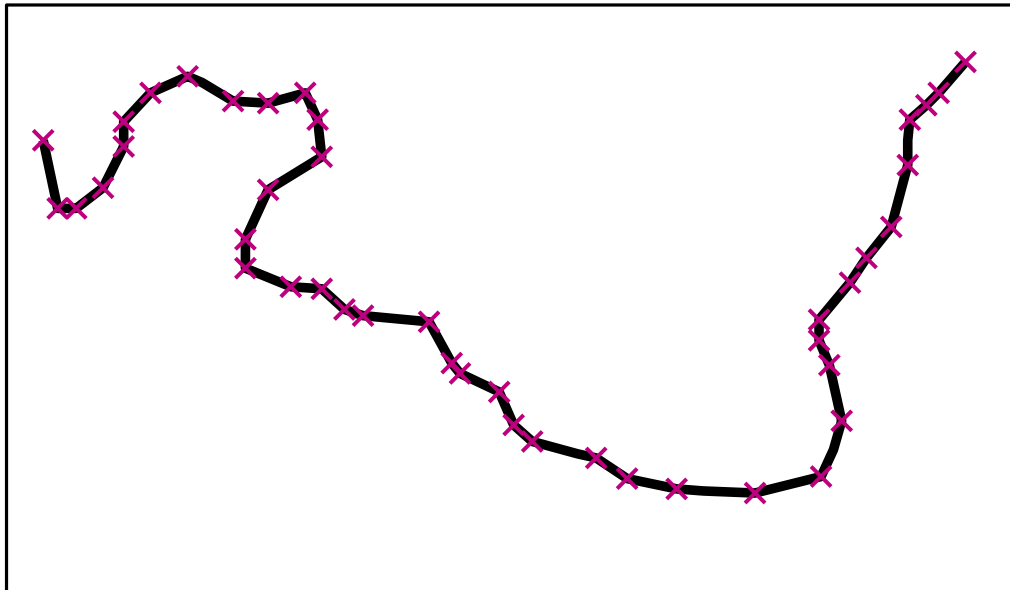


JTS Topology Suite

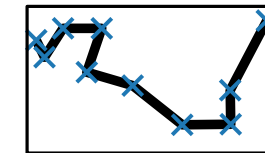
Beispiel 1: Vereinfachung von Kantenzügen



- viele Objekte in Landkarten werden durch Polygone oder Kantenzüge repräsentiert
- Detailgrad abhängig vom Maßstab (Generalisierung)



Maßstab 1 : X



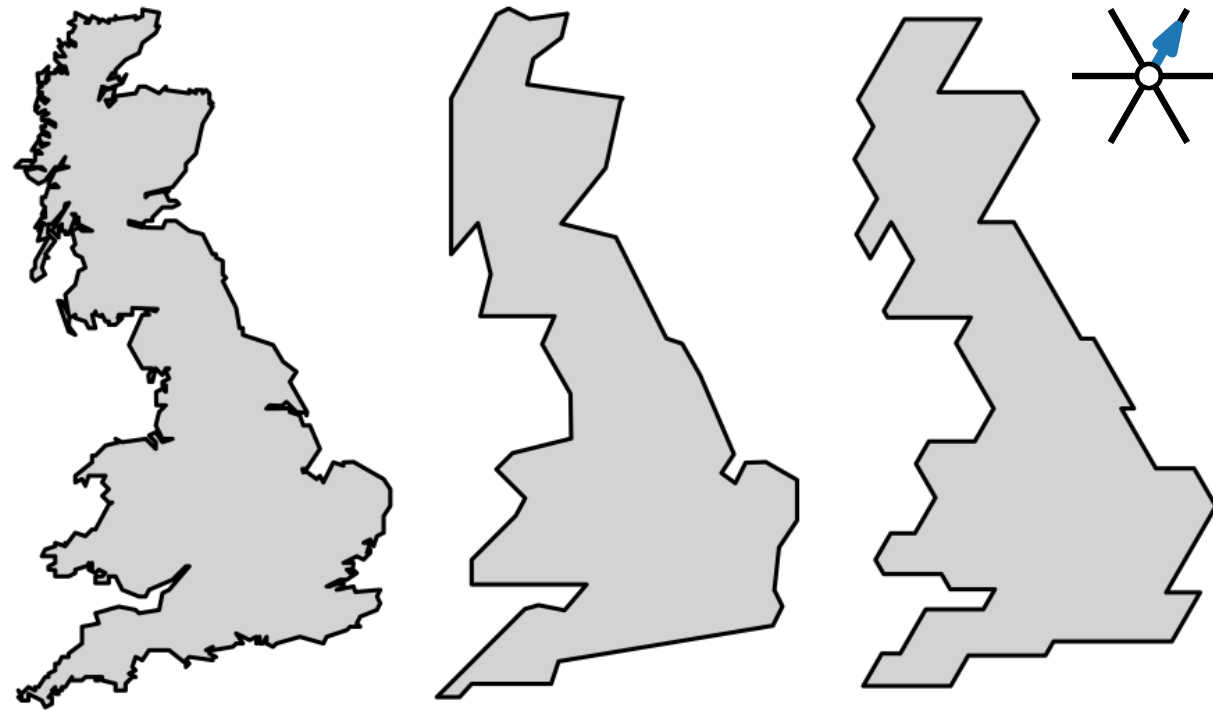
Maßstab 1 : (4X)

Geg. Kantenzug P

Ges. Kantenzug Q mit weniger Knoten und kleinem Fehler $|P - Q|$

Beispiel 2: Schematisierung von Polygonen

- schematische Karten nutzen oft eingeschränkte Kantenrichtungen
- Polygonflächen müssen geeignet schematisiert werden

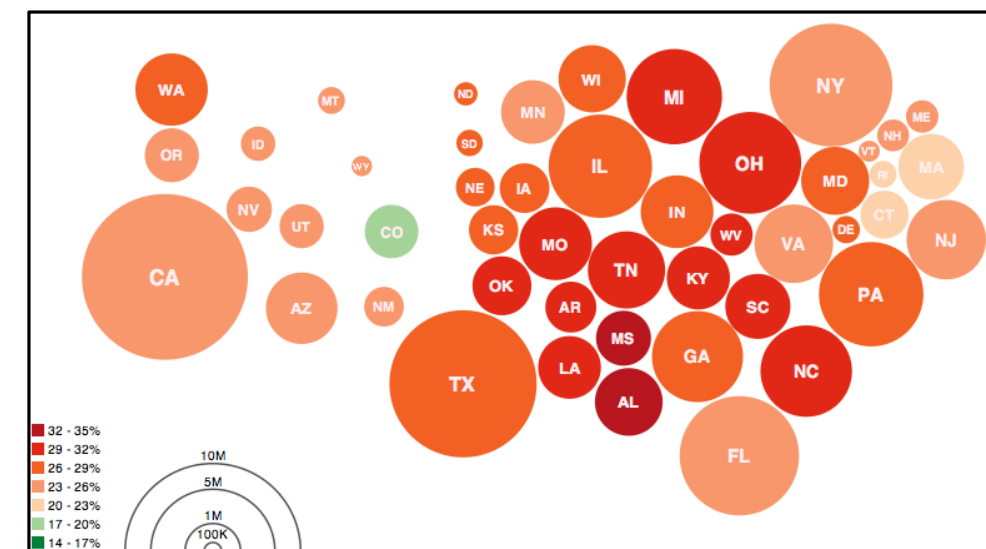
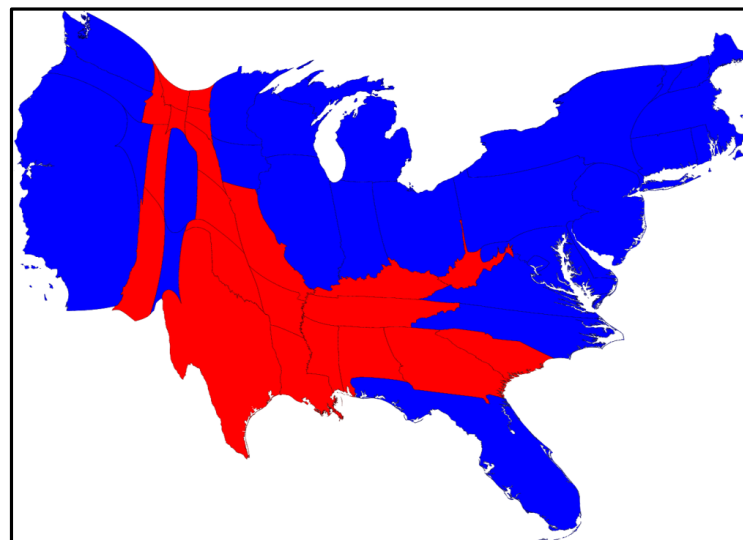
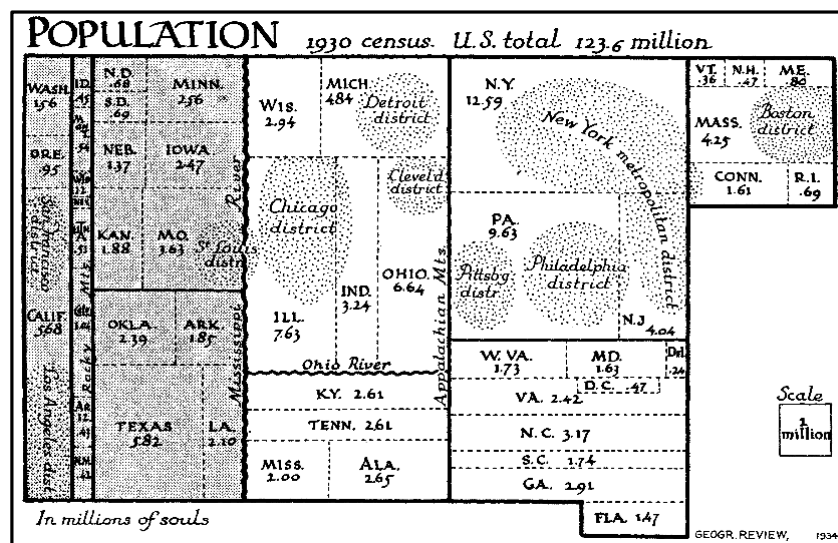


Geg. Polygon P mit Fläche A , Richtungsmenge $\mathcal{C}$

Ges. $\mathcal{C}$ -orientiertes Polygon Q mit gleicher Fläche A und kleinem Fehler $|P - Q|$

Beispiel 3: Flächenkartogramme

- abstrakte statistische thematische Karten nutzen u.a. verzerrte proportionale Flächen
- proportionale Kontaktrepräsentation des Dualgraphs



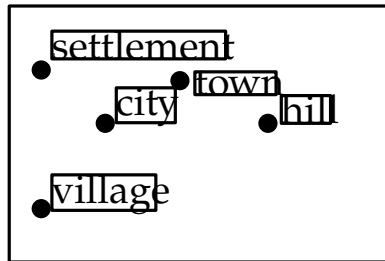
Geg. gewichtete politische Karte (Unterteilung der Ebene)
Ges. entsprechende verzerrte Karte, deren Flächen proportional zu den Gewichten sind

Beispiel 4: Beschriftung von Landkarten

- Objekte in Karten benötigen meist einen eindeutig zugeordneten Namen (Label)
- verschiedene interne und externe Labelpositionen möglich



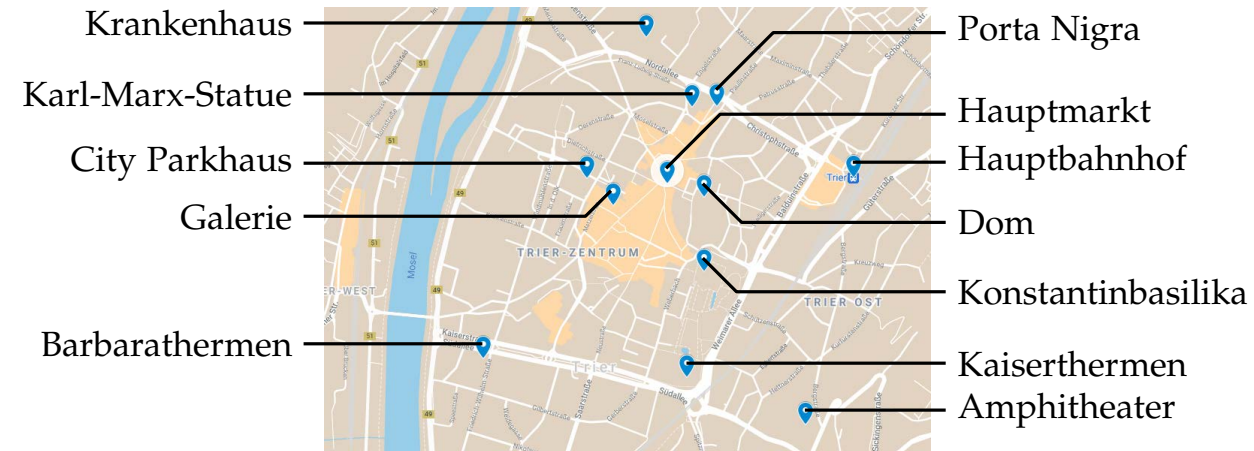
MaxNumber



MaxSize



interne Label



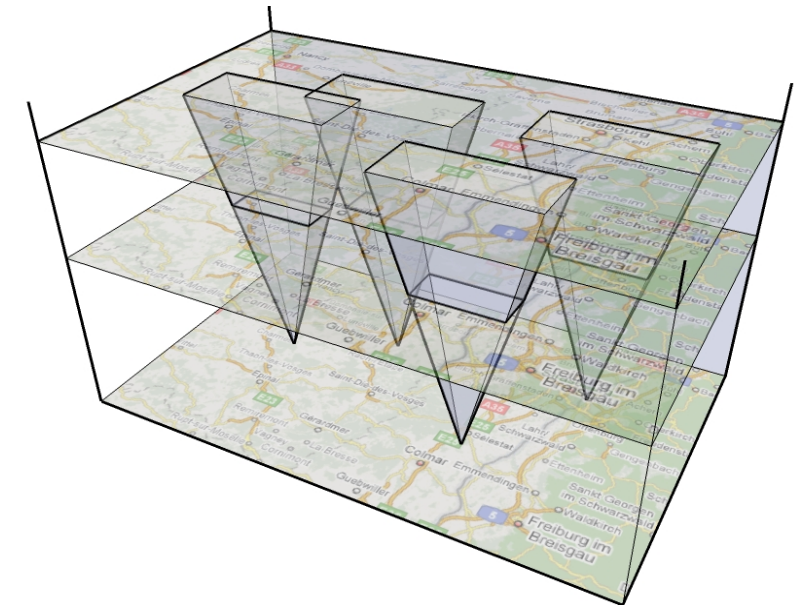
externe Label

Geg. Punktmenge P mit Labelmenge L

Ges. gültige, optimale Beschriftung von P mit L , je nach Beschriftungsmodell

Beispiel 5: Dynamische Karten

- moderne elektronische Karten sind interaktiv & dynamisch
- Formen und Beschriftungen müssen sich kontinuierlich an die Kartenansicht anpassen



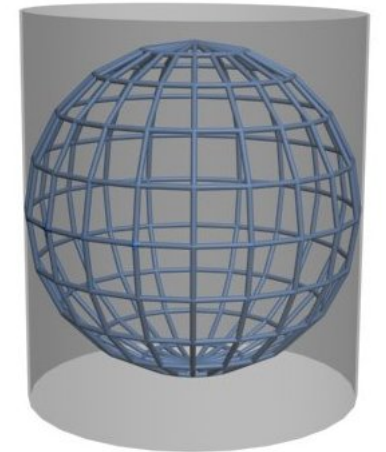
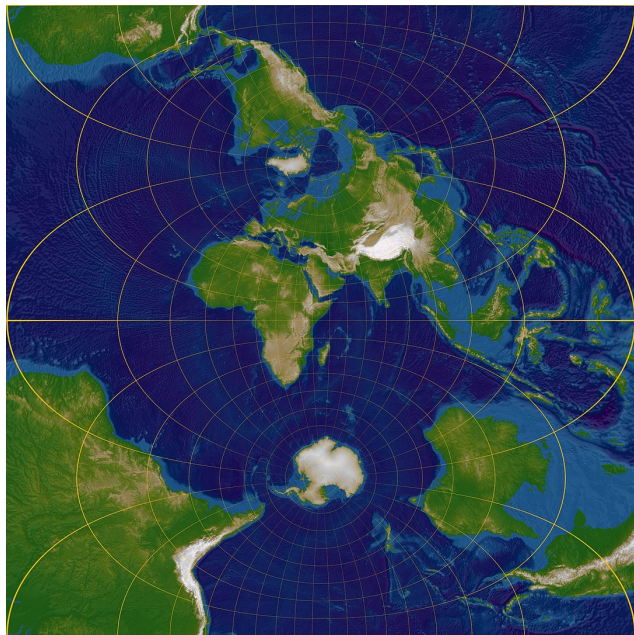
Geg. Punktmenge P mit Labelmenge L

Ges. gültige, optimale und **konsistente** Beschriftung von P mit L unter Zoom, Drehen etc.

Algorithmen für geographische Informationssysteme

1. Vorlesung Einführung & Geodäsie

Teil II: Geodätische Grundlagen



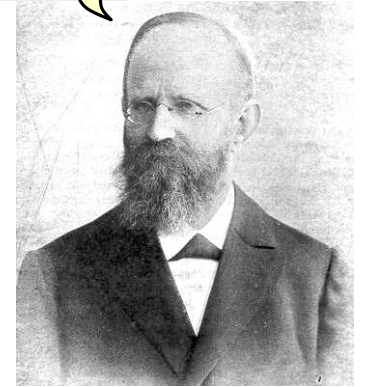
Geodätische Grundlagen



For a civil engineer, there's no such thing as a "little mistake."

Geodäsie:

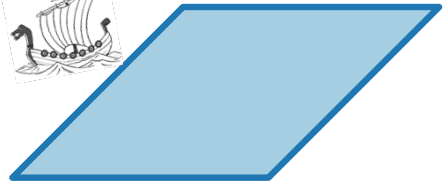
„Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche“



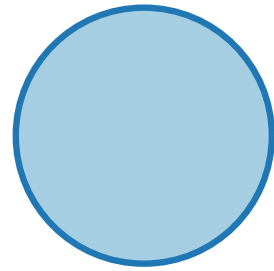
Friedrich Robert Helmert
(1843–1917)



Welche Form hat die Erde?

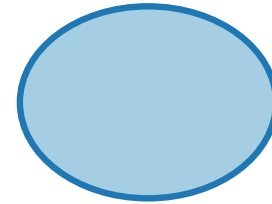


Ebene



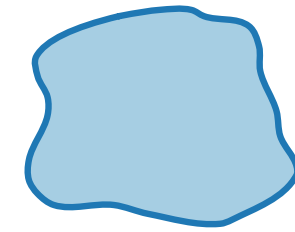
Kugel

(zuerst ca. 500 v.
Chr. bekannt)
Radius ≈ 6370 km



Ellipsoid

(um 1736 nachgewiesen)
gr. Halbachse $a \approx 6378$ km
kl. Halbachse $b \approx 6357$ km
Abplattung $f = \frac{a-b}{a} \approx 1 : 300$

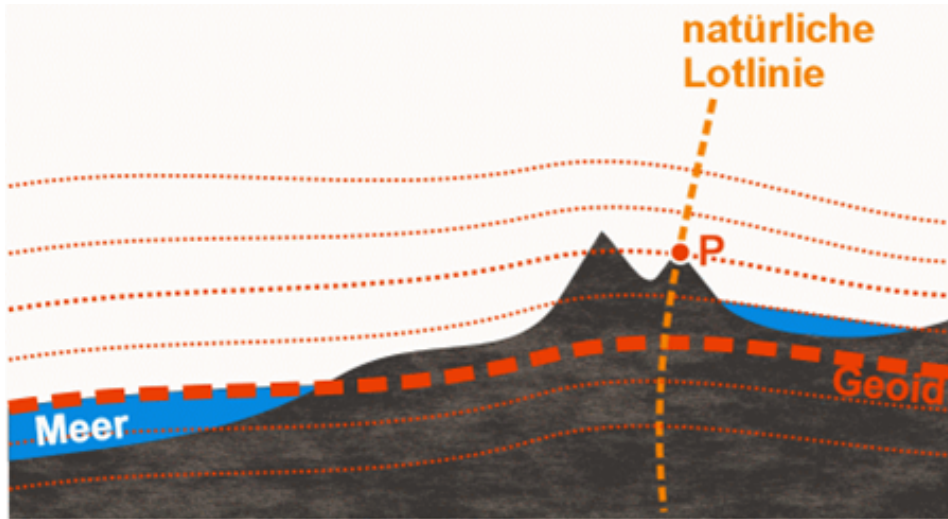


Geoid

(ab 1828)
−106 bis +85 m
Abweichung von
Ellipsoid

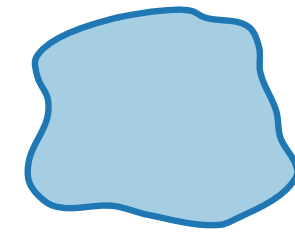
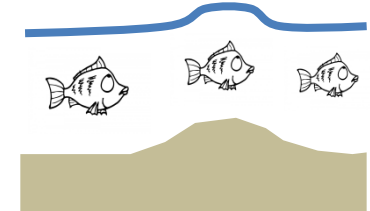
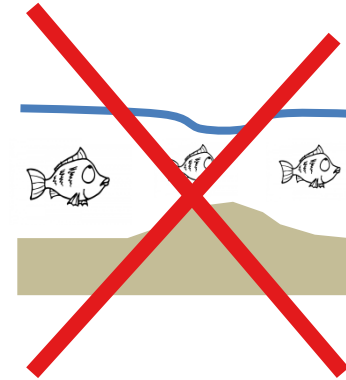
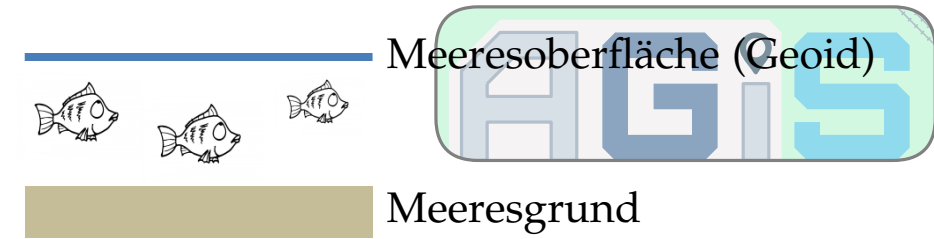
Welche Form hat die Erde?

- Wie definieren wir *nach oben*?
- Wie definieren wir die *Höhe*?



Das **Geoid** entspricht einer ruhend gedachten Meeresoberfläche (fortgesetzt unter den Kontinenten).

Geoid = Fläche gleichen Schwerepotentials



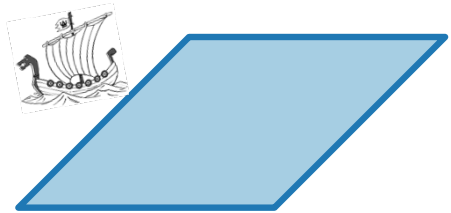
Geoid
(ab 1828)

–106 bis +85 m
Abweichung von
Ellipsoid



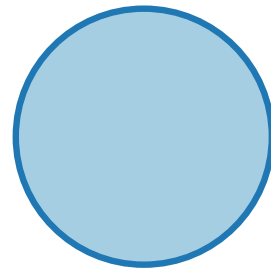
Welche Form hat die Erde?

- Wann verwenden wir welches Modell?



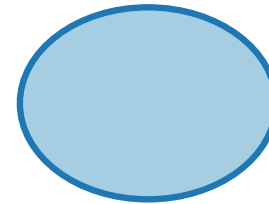
Ebene

als lokale Näherung;
Distanzmessungen
 > 10 km müssen auf
Kugel reduziert
werden



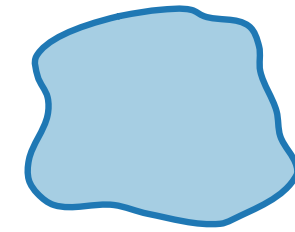
Kugel

als Grundlage für
Karten mit
Maßstab $< 1 : 2$
Mio.



Ellipsoid

als Grundlage für
Karten mit
Maßstab $\geq 1 : 2$
Mio.



Geoid

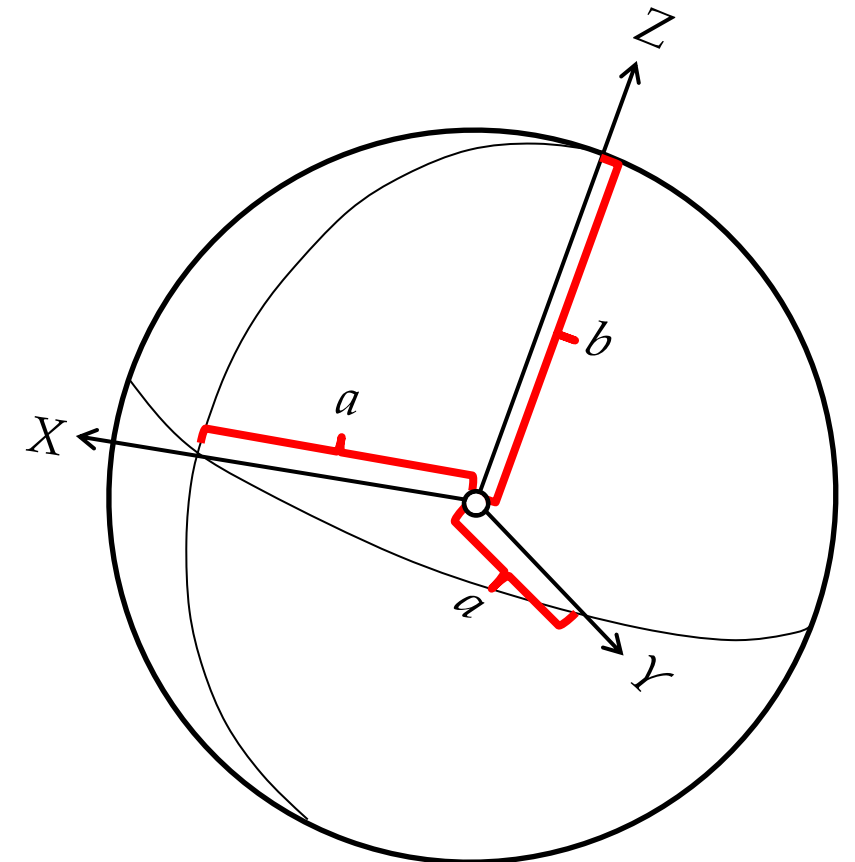
Für Höhen

Wie gebe ich eine Position an?



Geodätisches Datum bestimmt **Ursprung**, **Orientierung** und **Maßstab** eines Bezugssystems X, Y, Z im Verhältnis zu einem grundlegenden absoluten System.

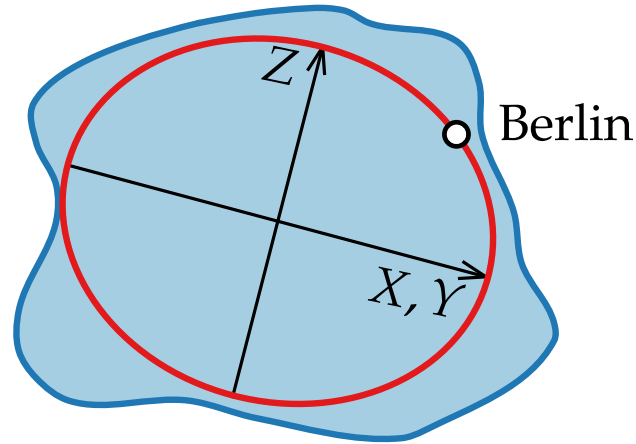
Außerdem: **Form eines Bezugsellipsoids**





Wie gebe ich eine Position an?

Beispiel 1: Rauenberg-Datum (auch Potsdam-Datum)



Form: lokal an Deutschland angepasst (Bessel-Ellipsoid)

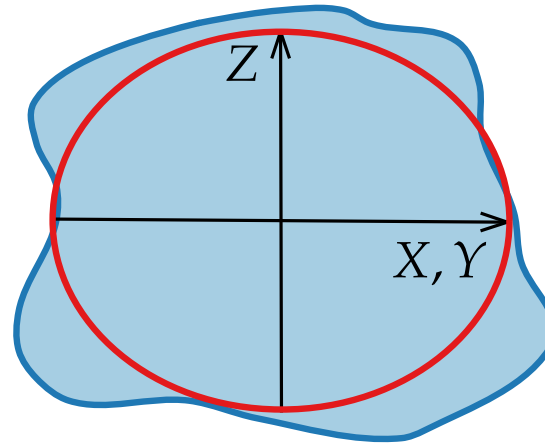
Lage: Lage Fundamentalpunkt Rauenberg & Azimut zur Marienkirche in Berlin festgelegt

Verwendung: Deutsches Hauptdreiecksnetz, auch heute noch Grundlage vieler Daten

Wie gebe ich eine Position an?



Beispiel 2: WGS84



Form:

global angepasst

Lage:

Zentrum des Ellipsoids = Massenschwerpunkt Erde
Z-Achse in Richtung Nordpol; Greenwich in X-Z-Ebene
Realisiert durch Fundamentalstationen

Verwendung:

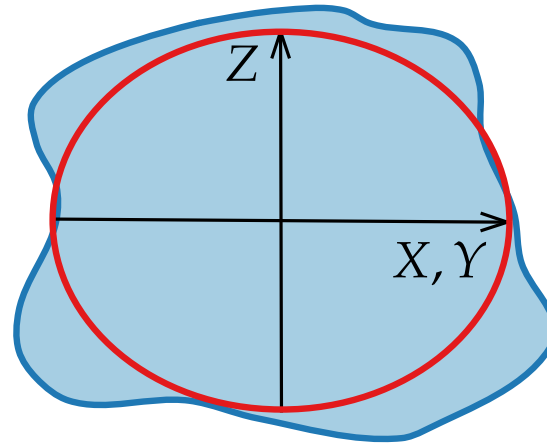
GPS



Wie gebe ich eine Position an?



Beispiel 3: ETRS89



Form:

global angepasst

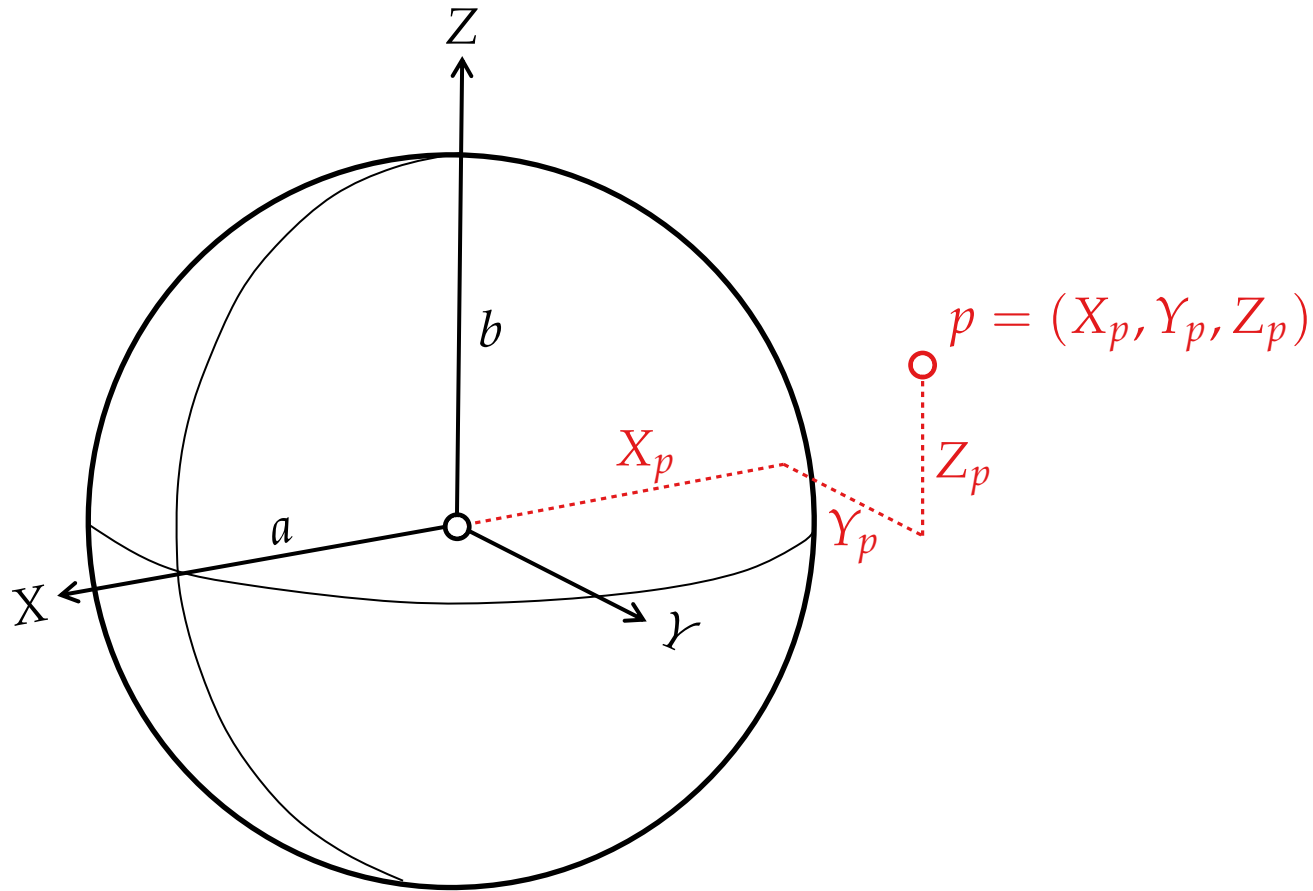
Lage:

bis 1.1.1989 wie WGS84
danach an aurasische Platte gebunden

Verwendung: Deutsche Landesvermessungen ab 1991



Dreidimensionale kartesische Koordinaten



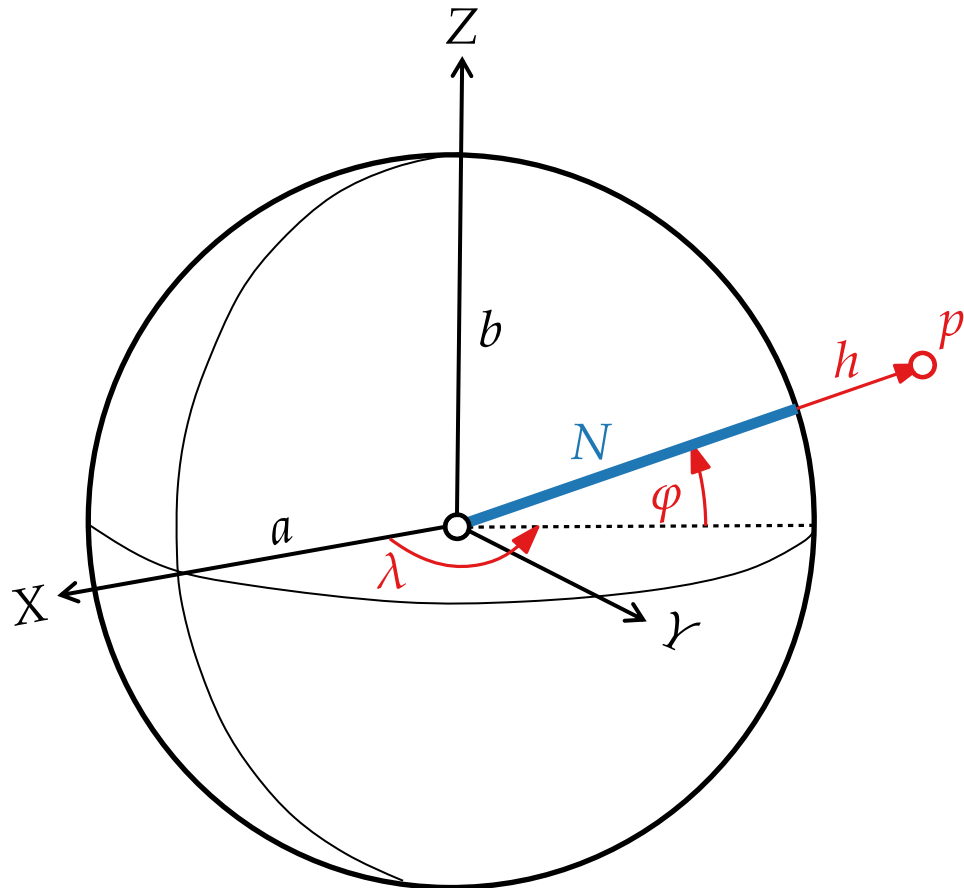
Verwendung: z.B. Rechnen mit Raumstrecken





Geographische Koordinaten

Länge λ und Breite φ



h = ellipsoidische Höhe von p
(wird selten verwendet, aber zur
Berechnung von (X_p, Y_p, Z_p) aus geogr.
Koord. erforderlich)

Einheiten:

Bogenminuten ($60' = 1^\circ$)

$$\varphi = 62^\circ 14' 13.33''$$

$$\approx 62,237036^\circ$$

Bogensekunden ($60'' = 1'$)

Faustregel: $1'' \approx 30$ Meter

Zusammenhang:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ \left(\frac{N}{1+e'} + h \right) \sin \varphi \end{pmatrix}$$

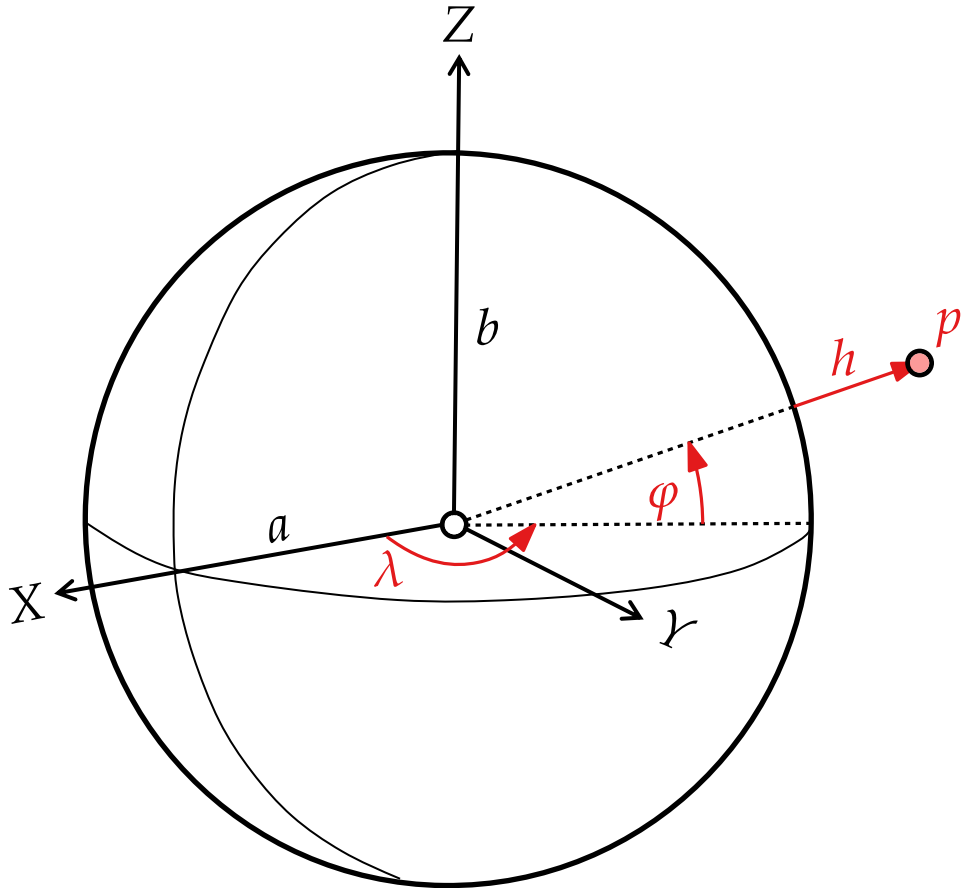
$$\text{mit } N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$e' = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

Projektionen



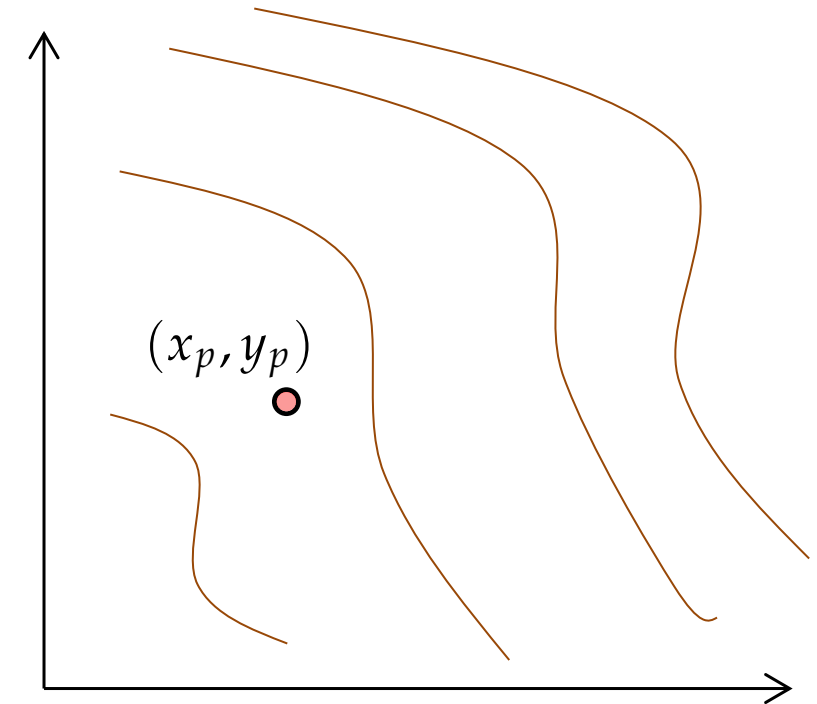
geographische Koordinaten



Kartenabbildung

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix} = f(\varphi_p, \lambda_p)$$

projizierte Koordinaten

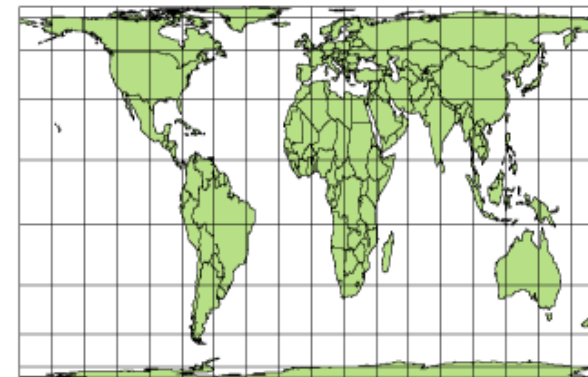
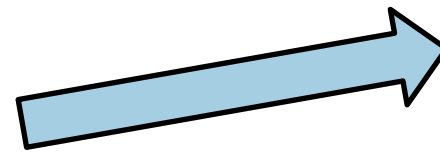
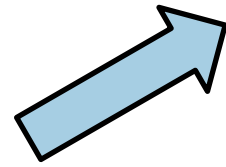
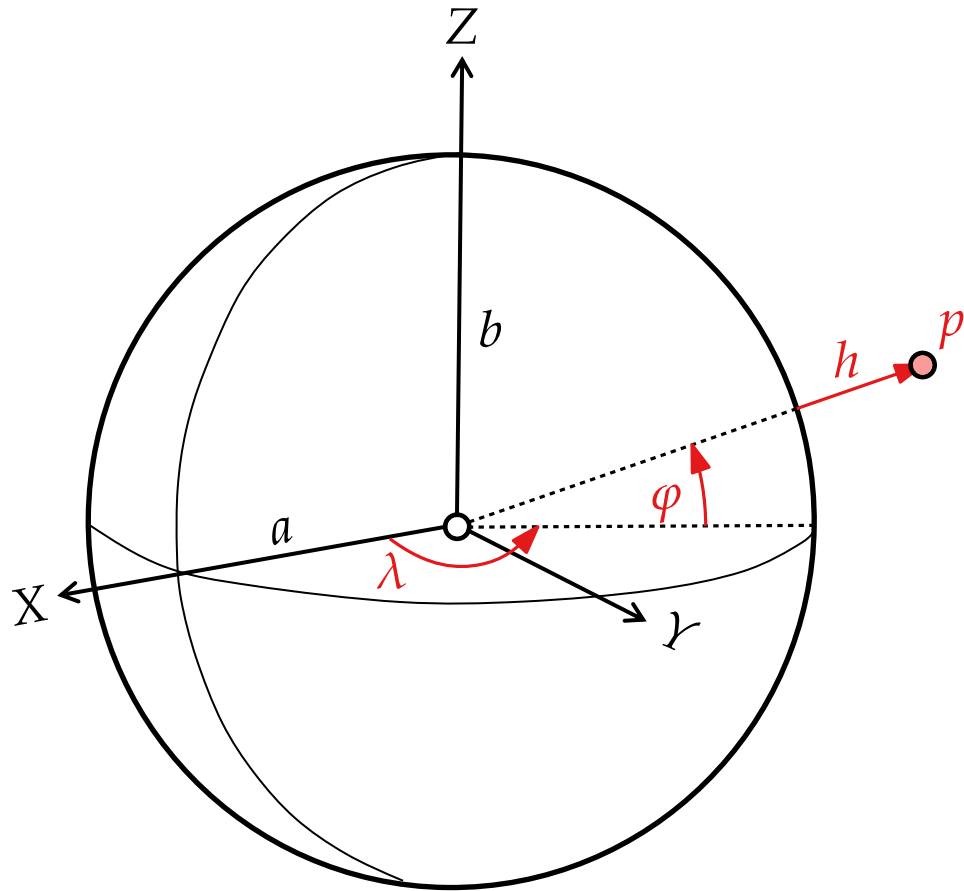


normalerweise:
Höhen in Karte beziehen
sich aufs Geoid

Projektionen



geographische Koordinaten



verschiedene Abbildungen für verschiedene Zwecke

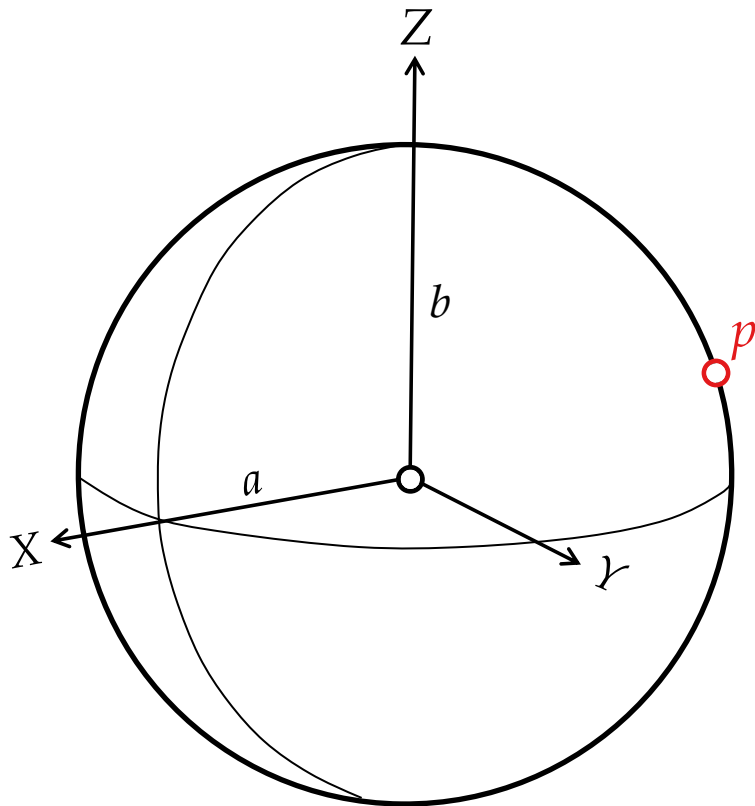


Was brauchen wir?

dreidimensionale kartesische Koordinaten (X, Y, Z) : geodätisches Datum

geographische Koordinaten (λ, φ) : geodätisches Datum
+ Form des Ellipsoids

zweidimensionale Koordinaten (x, y) : geodätisches Datum
+ Form des Ellipsoids
+ verwendete Kartenabbildung



$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = f(\varphi, \lambda)$$

gesucht!

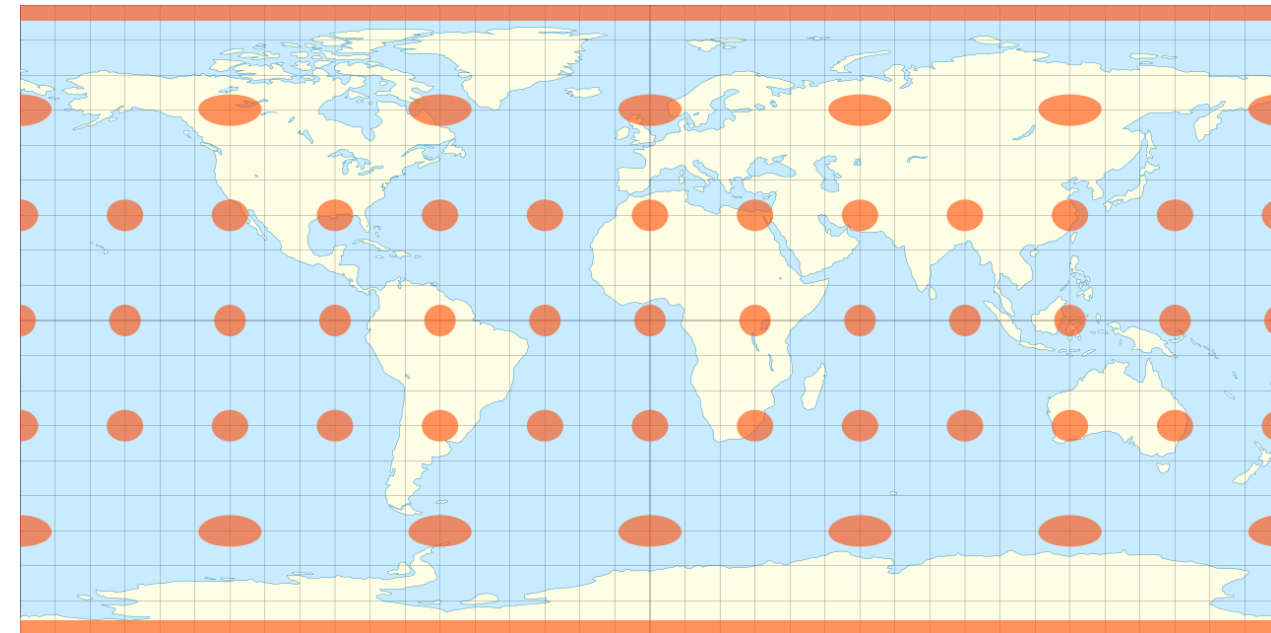
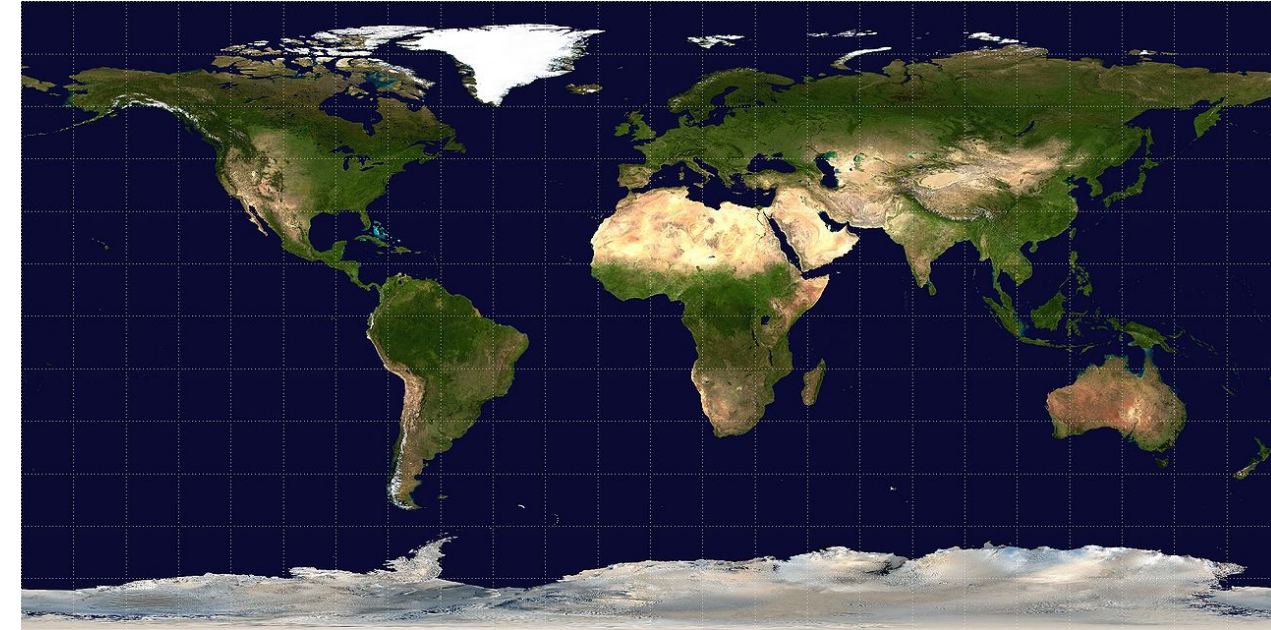
Plattkarte

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = f(\varphi, \lambda) = \begin{pmatrix} R\lambda \\ R\varphi \end{pmatrix}$$



Nachteile:

- Breitenkreise werden extrem gestreckt
- Proportionen (auch lokal!) gehen verloren



Welche Eigenschaften soll eine Abbildung haben?



- Flächentreue
- Winkeltreue (Konformität)
- Gerade Linien bleiben gerade
- Längentreue
- ...

Aufgabe: Wähle Eigenschaften aus und finde eine Abbildung, die diese erfüllt.

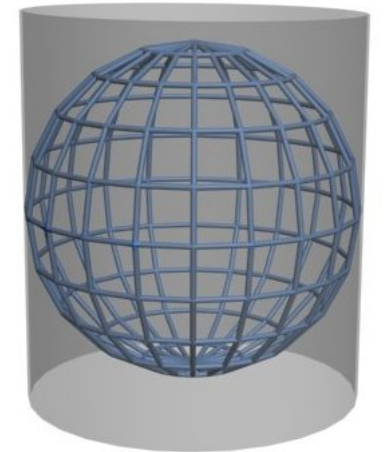
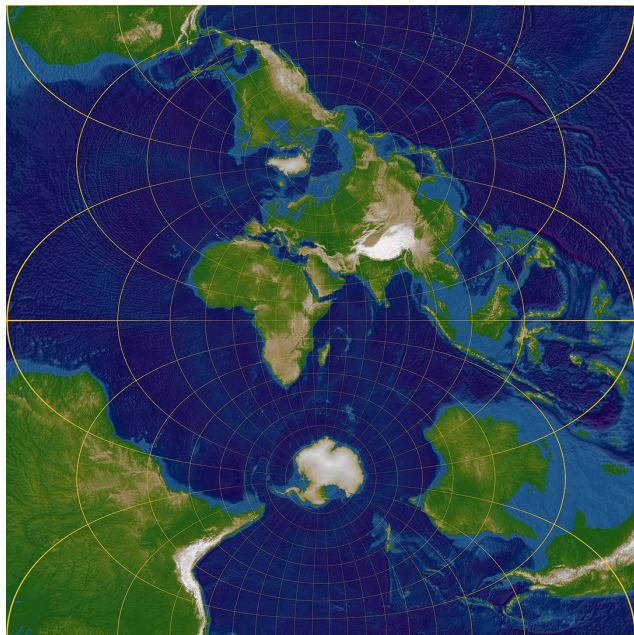


Es gibt keine Abbildung, die alle Distanzen unverzerrt abbildet!

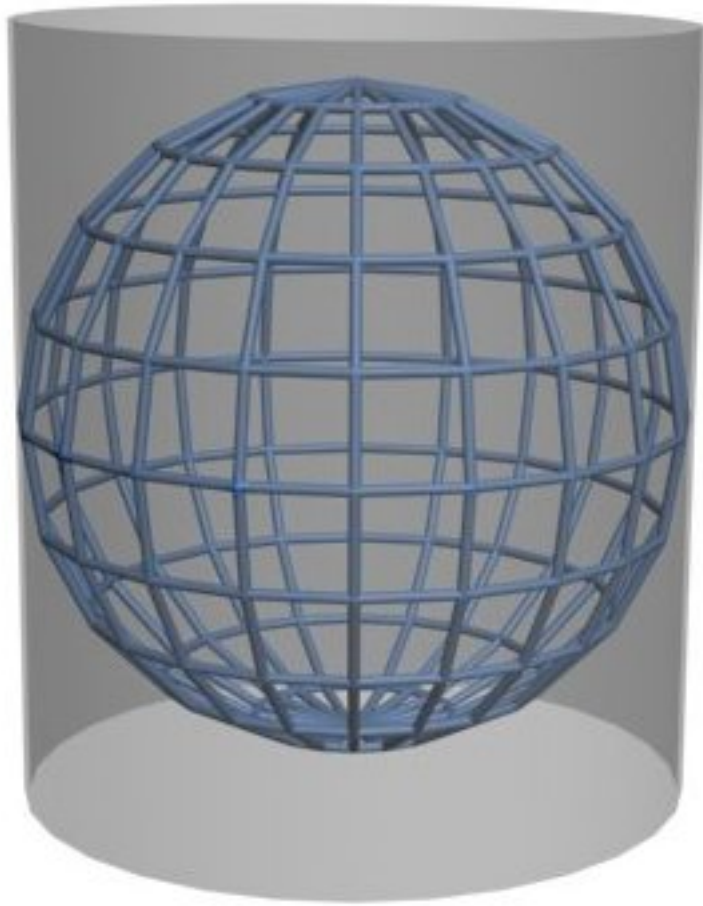
Algorithmen für geographische Informationssysteme

1. Vorlesung Einführung & Geodäsie

Teil III: Mercatorprojektion

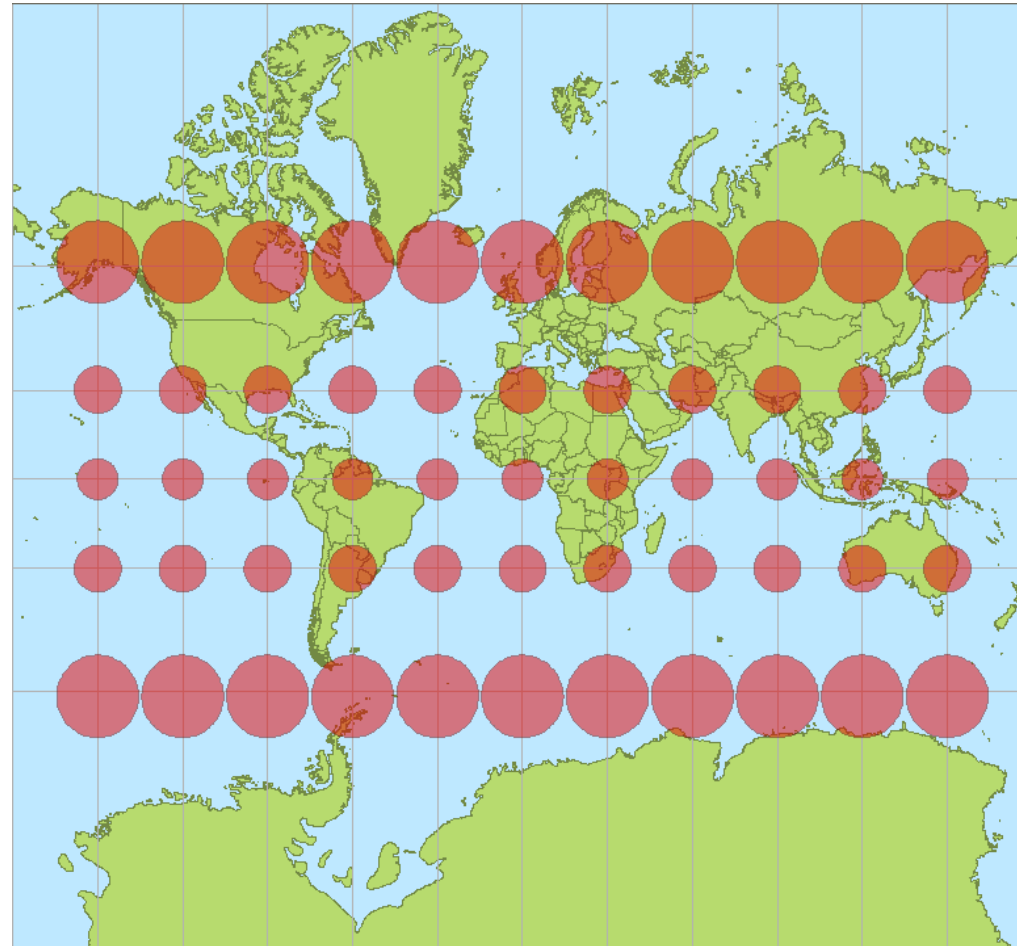


Mercatorprojektion

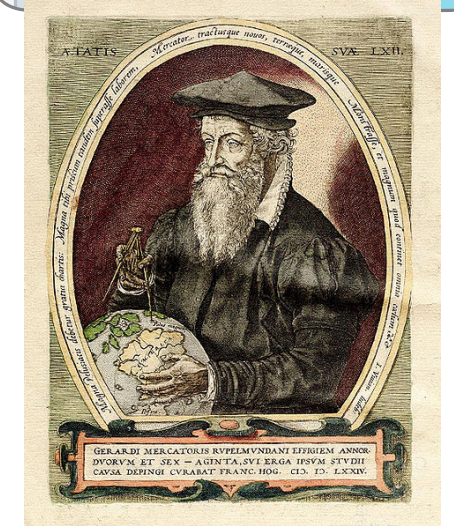


Vorteil:
Winkeltr ue

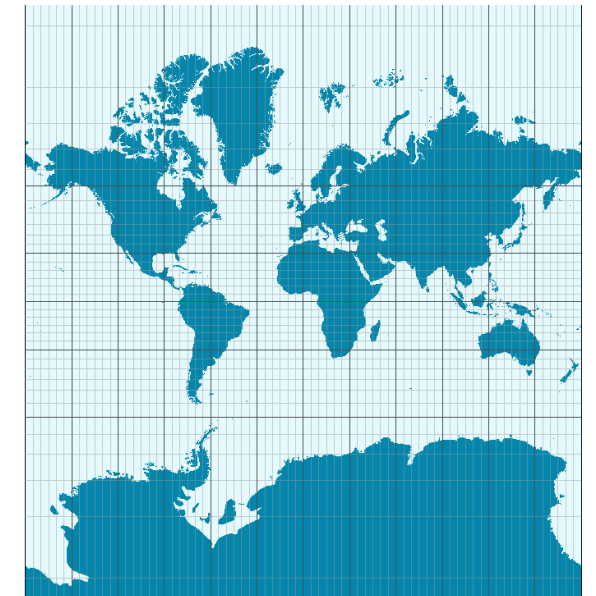
Google Maps benutzt (eine Variante der) Mercatorprojektion
Mercator Puzzle: <https://bramus.github.io/mercator-puzzle-redux/>



Nachteil:
Fl chenverzerrung

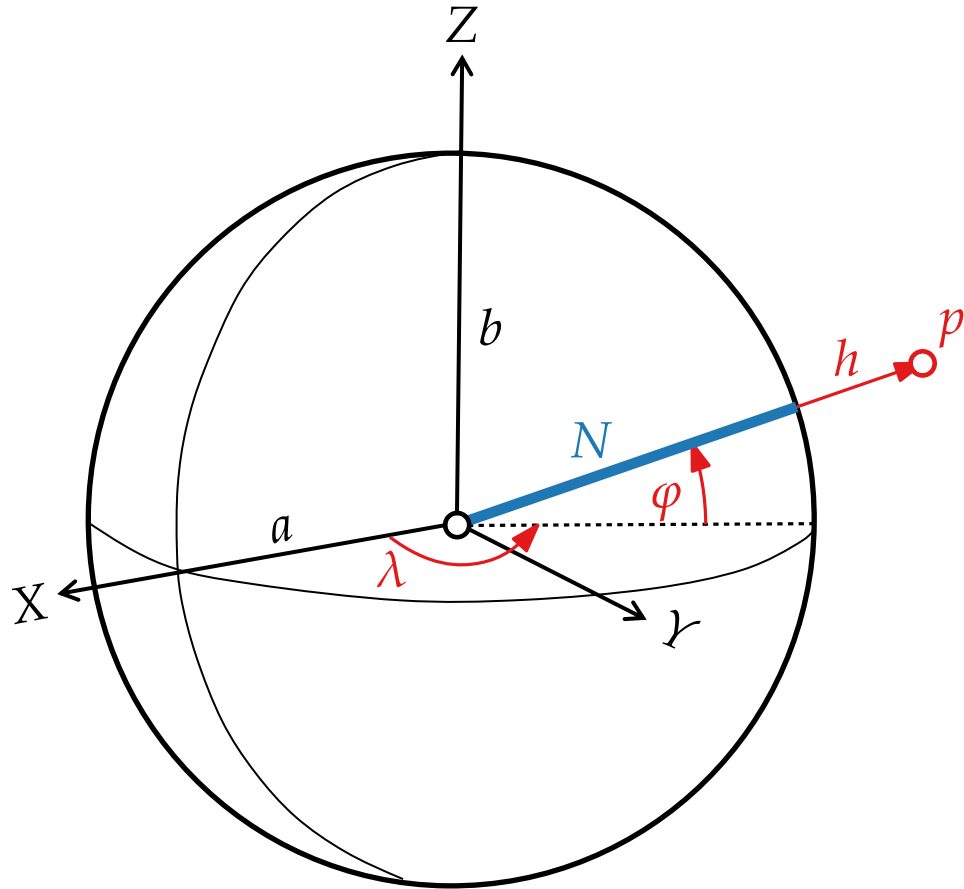


Gerhard Mercator
(geb. Gheert Cremer)
1512–1594



Kartesische Koordinaten der Kugel

Länge λ und Breite φ



$$\rightarrow \vec{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cos \varphi \cos \lambda \\ R \cos \varphi \sin \lambda \\ R \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Z hängt nicht von λ ab – warum?

Kartesische Koordinaten:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ \left(\frac{N}{1+e'} + h \right) \sin \varphi \end{pmatrix}$$

mit $N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$

$$e' = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

Mercatorprojektion geht von Kugel aus!

$\rightarrow a = b = R$ und $h = 0$

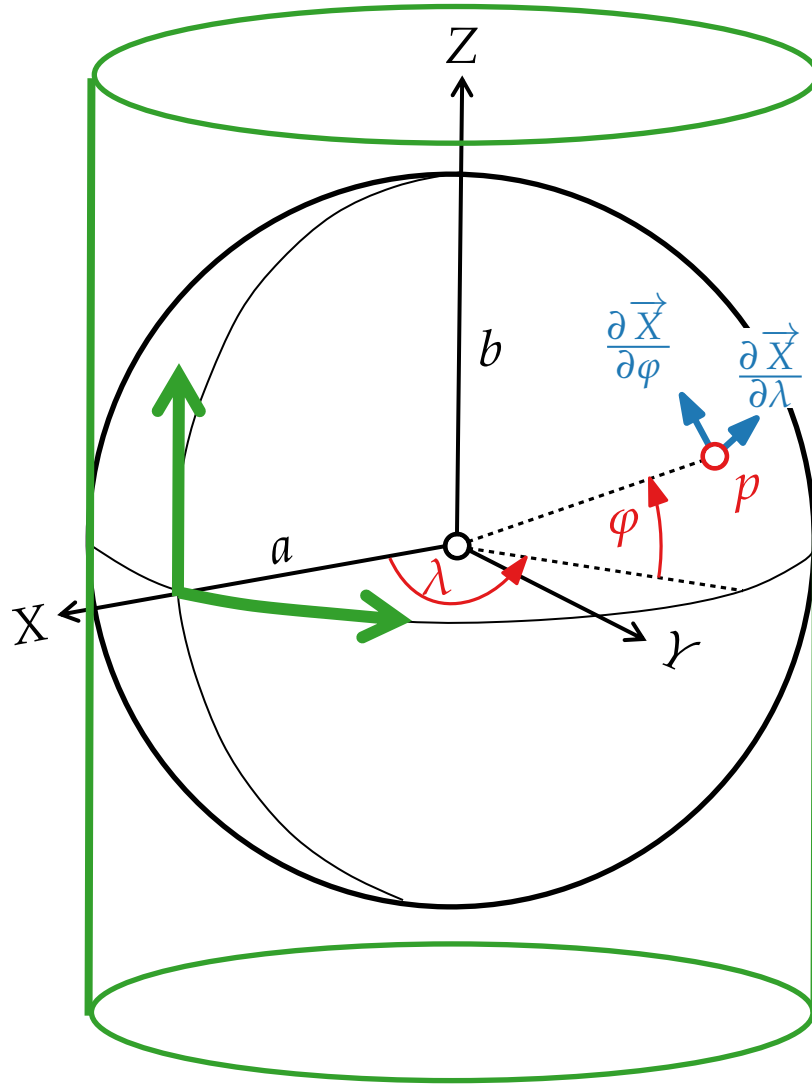
$\rightarrow e' = \frac{R^2 - R^2}{R^2} = 0$

$$N = \frac{R^2}{\sqrt{R^2 \cos^2 \varphi + R^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{R^2}{R \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}} = R$$

$\stackrel{=1}{=}$

Herleitung der Mercatorfunktion

Länge λ und Breite φ



$$\vec{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cos \varphi \cos \lambda \\ R \cos \varphi \sin \lambda \\ R \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Was bewirkt eine Änderung von λ oder φ ?

Tangentialvektoren:

$$\frac{\partial \vec{X}}{\partial \varphi} = \begin{pmatrix} -R \sin \varphi \cos \lambda \\ -R \sin \varphi \sin \lambda \\ R \cos \varphi \end{pmatrix} \quad \frac{\partial \vec{X}}{\partial \lambda} = \begin{pmatrix} -R \cos \varphi \sin \lambda \\ R \cos \varphi \cos \lambda \\ 0 \end{pmatrix}$$

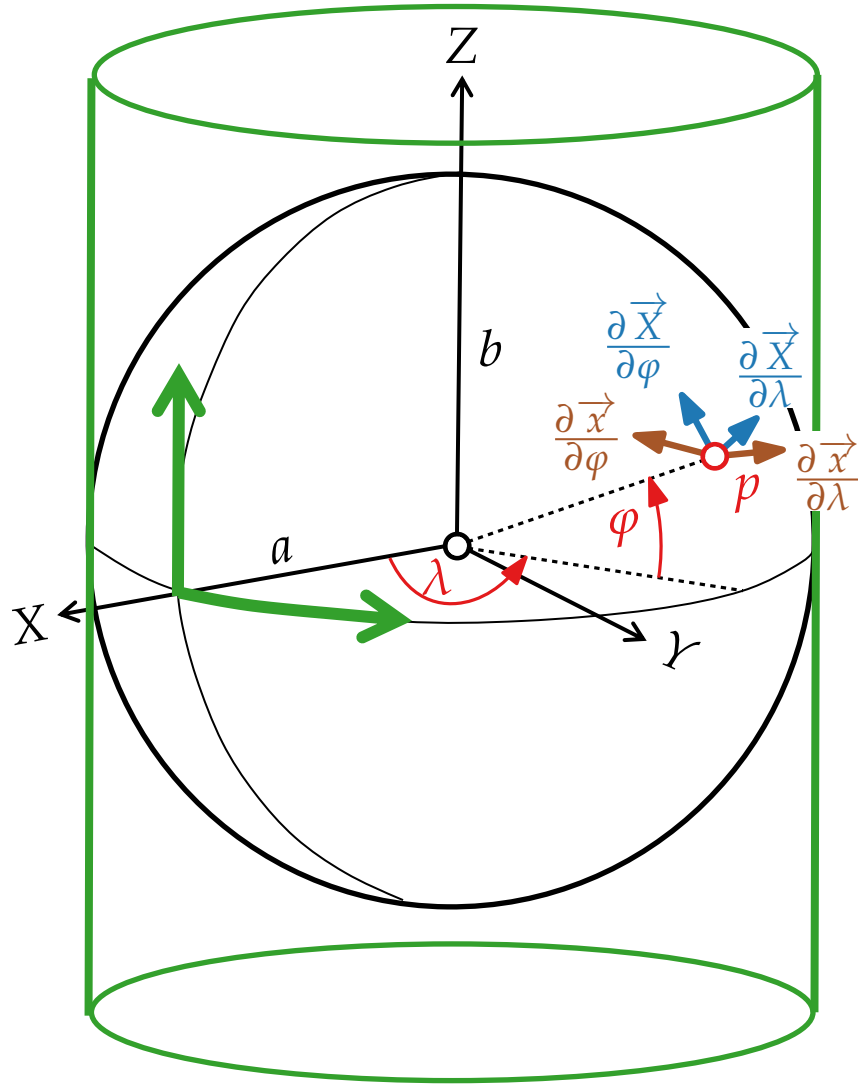
Zylinderabbildung:

λ bildet x-Koordinate direkt ab

$$\rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\lambda \\ f(\varphi) \end{pmatrix}$$

Herleitung der Mercatorfunktion

Länge λ und Breite φ



Tangentialvektoren:

$$\frac{\partial \vec{X}}{\partial \varphi} = \begin{pmatrix} -R \sin \varphi \cos \lambda \\ -R \sin \varphi \sin \lambda \\ R \cos \varphi \end{pmatrix} \quad \frac{\partial \vec{X}}{\partial \lambda} = \begin{pmatrix} -R \cos \varphi \sin \lambda \\ R \cos \varphi \cos \lambda \\ 0 \end{pmatrix}$$

Zylinderabbildung:

λ bildet x-Koordinate direkt ab

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\lambda \\ f(\varphi) \end{pmatrix}$$

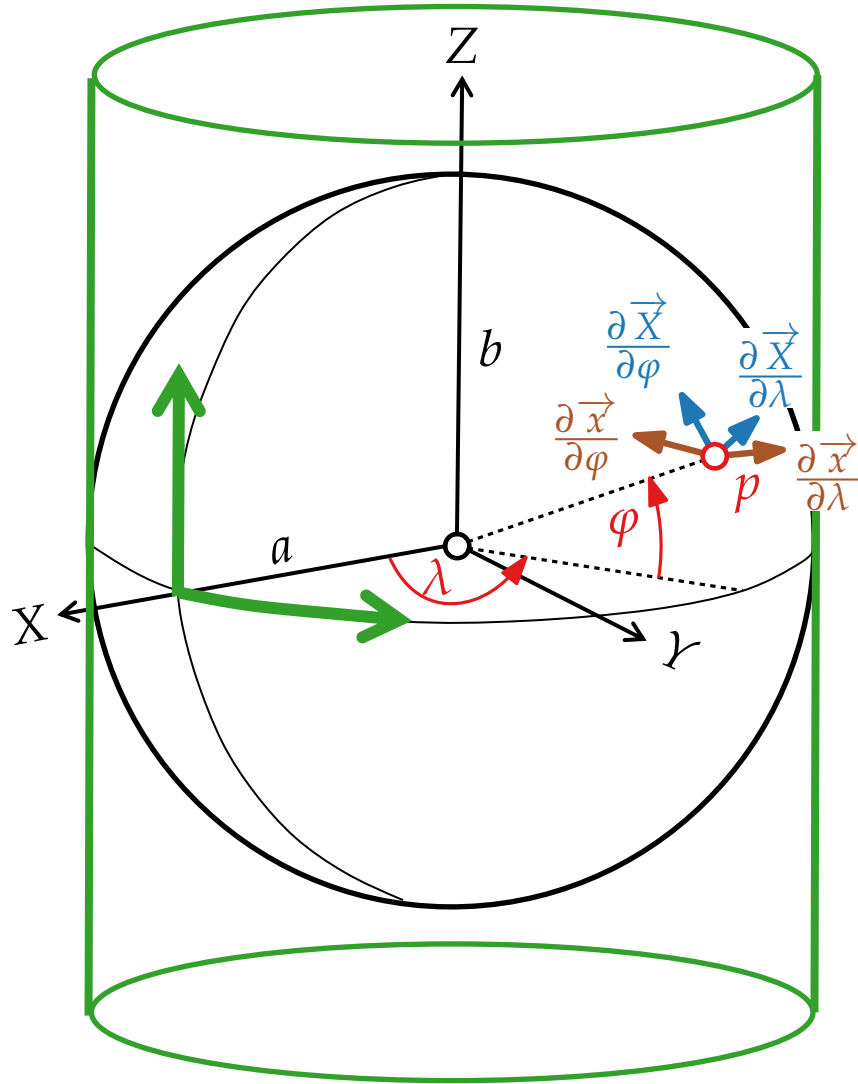
Was bewirkt eine Änderung von λ oder φ ?

Tangentialvektoren:

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial \varphi} = \begin{pmatrix} 0 \\ f'(\varphi) \end{pmatrix} \quad \frac{\partial \vec{x}}{\partial \lambda} = \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Herleitung der Mercatorfunktion

Länge λ und Breite φ



Tangentialvektoren:

$$\frac{\partial \vec{X}}{\partial \varphi} = \begin{pmatrix} -R \sin \varphi \cos \lambda \\ -R \sin \varphi \sin \lambda \\ R \cos \varphi \end{pmatrix} \quad \frac{\partial \vec{X}}{\partial \lambda} = \begin{pmatrix} -R \cos \varphi \sin \lambda \\ R \cos \varphi \cos \lambda \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tangentialvektoren:

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial \varphi} = \begin{pmatrix} 0 \\ f'(\varphi) \end{pmatrix} \quad \frac{\partial \vec{x}}{\partial \lambda} = \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ziel: Konformität: Gleiches Seitenverhältnis der aufgespannten Rechtecke

$$\rightarrow \left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial \varphi} \right| / \left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial \lambda} \right| = \left| \frac{\partial \vec{X}}{\partial \varphi} \right| / \left| \frac{\partial \vec{X}}{\partial \lambda} \right|$$

$$\rightarrow \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \varphi} \right)^2} / \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \lambda} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{X}}{\partial \varphi} \right)^2} / \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{X}}{\partial \lambda} \right)^2}$$



Herleitung der Mercatorfunktion

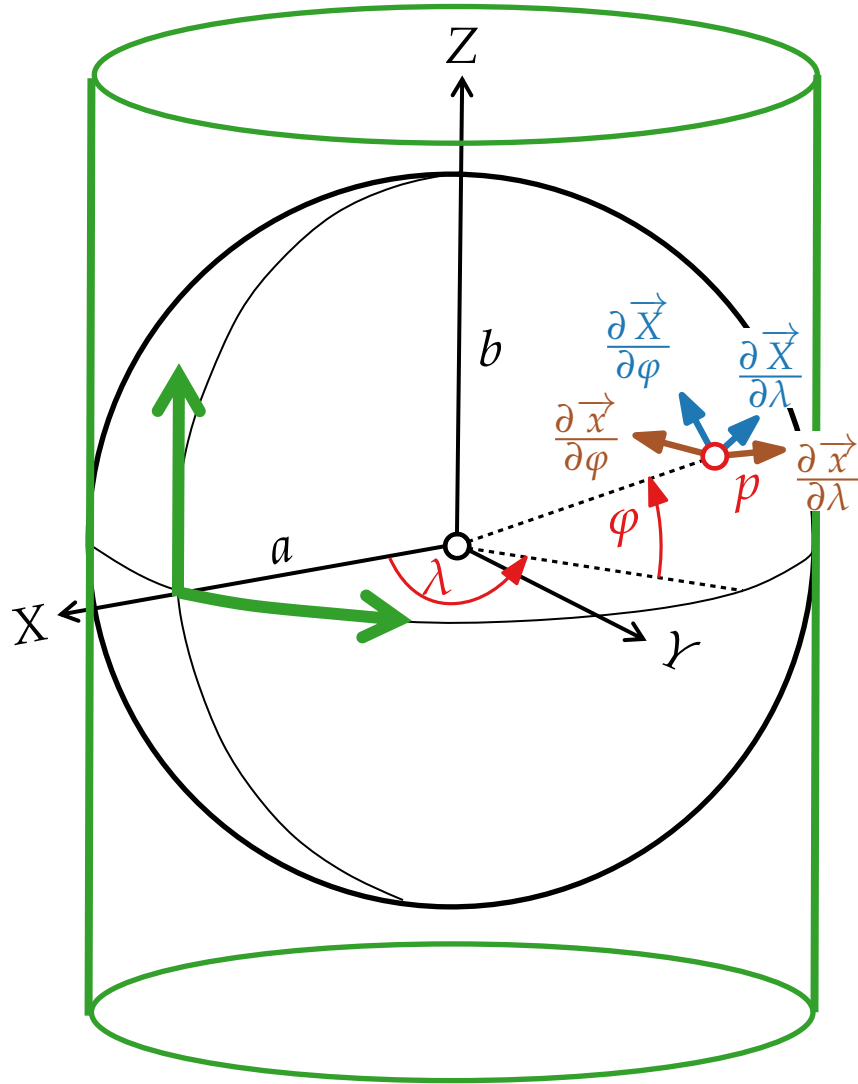
$$\sqrt{\left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \varphi}\right)^2} = \sqrt{\begin{pmatrix} 0 \\ f'(\varphi) \end{pmatrix}^2} = \sqrt{f'(\varphi)^2} = f'(\varphi) \qquad \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \lambda}\right)^2} = \sqrt{\begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix}^2} = \sqrt{R^2} = R$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{X}}{\partial \varphi}\right)^2} &= \sqrt{\begin{pmatrix} -R \sin \varphi \cos \lambda \\ -R \sin \varphi \sin \lambda \\ R \cos \varphi \end{pmatrix}^2} = \sqrt{R^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \lambda + R^2 \sin^2 \varphi \sin^2 \lambda + R^2 \cos^2 \varphi} \\ &= \sqrt{R^2 \sin^2 \varphi (\cos^2 \lambda + \sin^2 \lambda) + R^2 \cos^2 \varphi} \\ &= \sqrt{R^2 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)} \quad \stackrel{=1}{=} \\ &= R \quad \stackrel{=1}{=} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{X}}{\partial \lambda}\right)^2} &= \sqrt{\begin{pmatrix} -R \cos \varphi \sin \lambda \\ R \cos \varphi \cos \lambda \\ 0 \end{pmatrix}^2} = \sqrt{R^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \lambda + R^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \lambda} \\ &= \sqrt{R^2 \cos^2 \varphi (\sin^2 \lambda + \cos^2 \lambda)} \quad \stackrel{=1}{=} \\ &= R \cos \varphi \quad \stackrel{=1}{=} \end{aligned}$$

Herleitung der Mercatorfunktion

Länge λ und Breite φ



Ziel: Konformität: Gleiches Seitenverhältnis der aufgespannten Rechtecke

$$\rightarrow \left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial \varphi} \right| / \left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial \lambda} \right| = \left| \frac{\partial \vec{X}}{\partial \varphi} \right| / \left| \frac{\partial \vec{X}}{\partial \lambda} \right|$$

$$\rightarrow \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \varphi} \right)^2} / \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \lambda} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{X}}{\partial \varphi} \right)^2} / \sqrt{\left(\frac{\partial \vec{X}}{\partial \lambda} \right)^2}$$

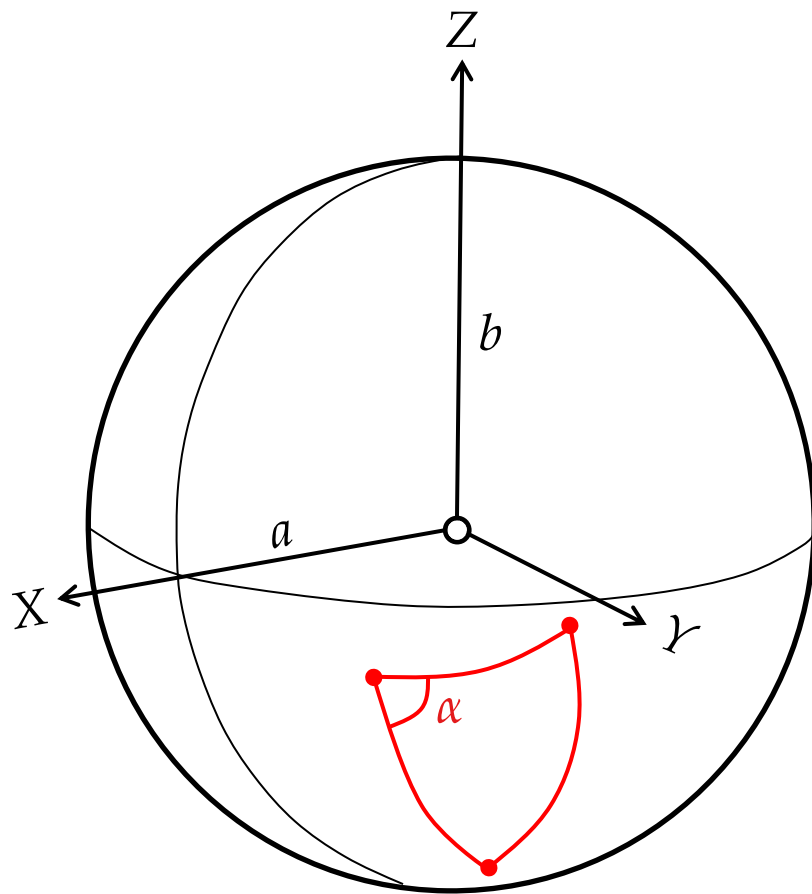
$$\rightarrow f'(\varphi) / R = R / R \cos \varphi$$

$$\rightarrow f'(\varphi) = R / \cos \varphi$$

$$\rightarrow f(\varphi) = R \ln \tan(\varphi/2 + \pi/4)$$

Winkeltreue

Länge λ und Breite φ



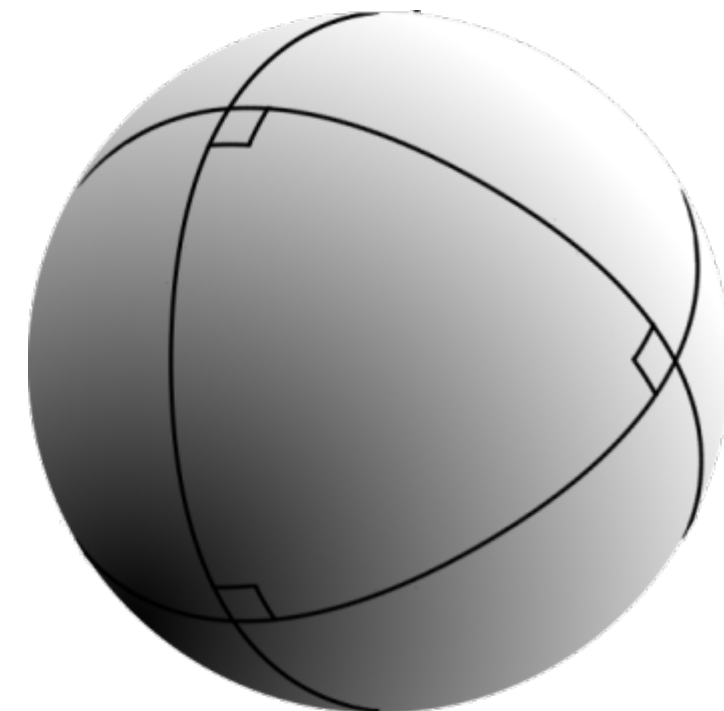
Ziel: Konformität: Gleiches Seitenverhältnis der aufgespannten Rechtecke

$$\rightarrow f(\varphi) = R \ln \tan(\varphi/2 + \pi/4)$$

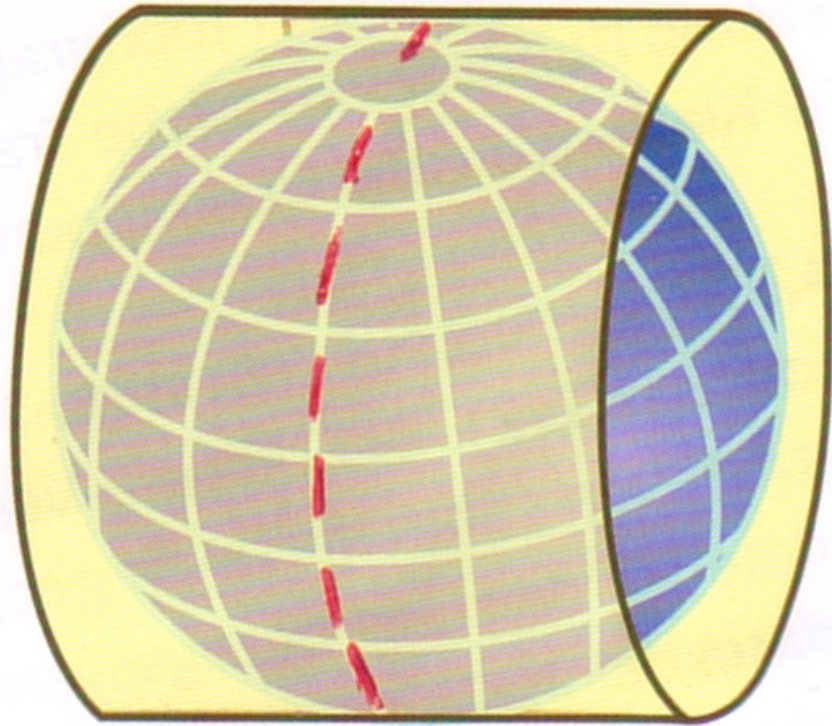
Achtung: Winkel haben gleiches Verhältnis, sind aber nicht gleich!



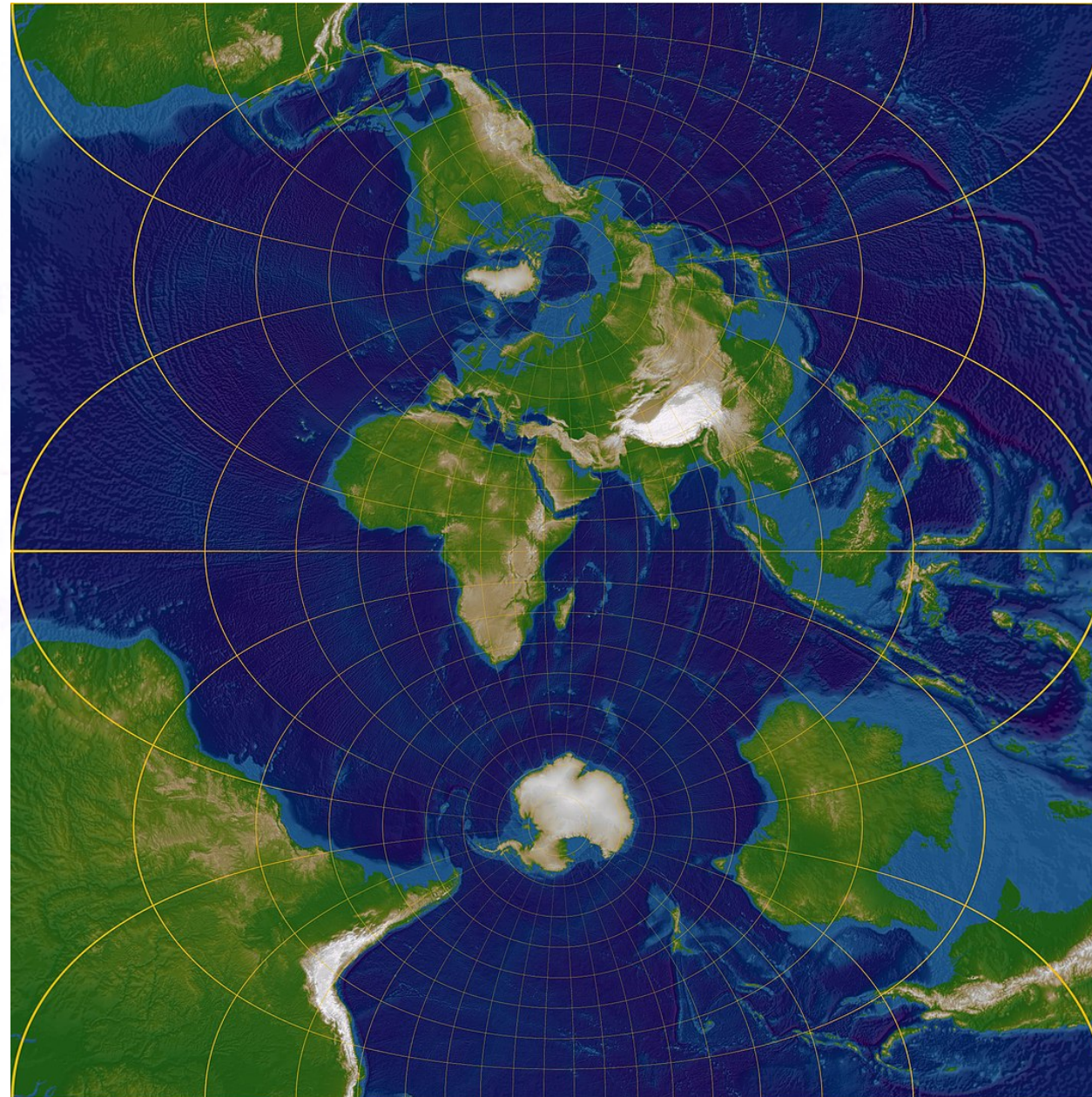
Winkelsumme auf der Sphäre ist anders als in der Ebene



Variante 1: Transversale Lage



- Liegender Zylinder
- Mittelmeridian kann beliebig gewählt werden



Johann Heinrich Lambert
1728–1777

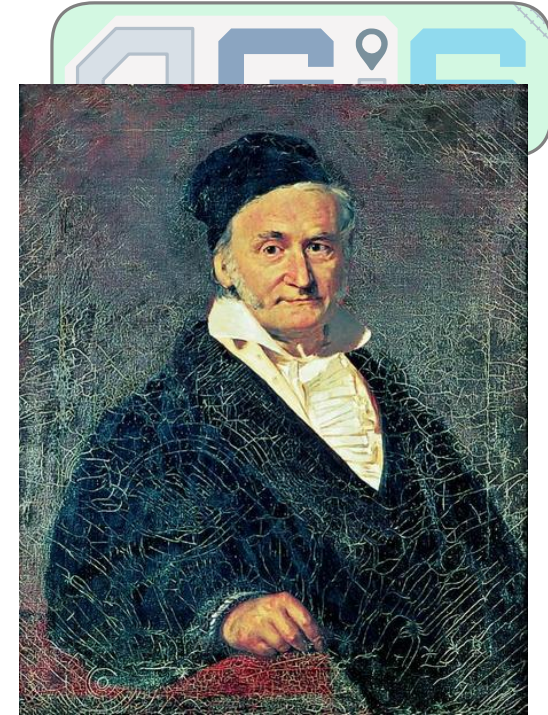
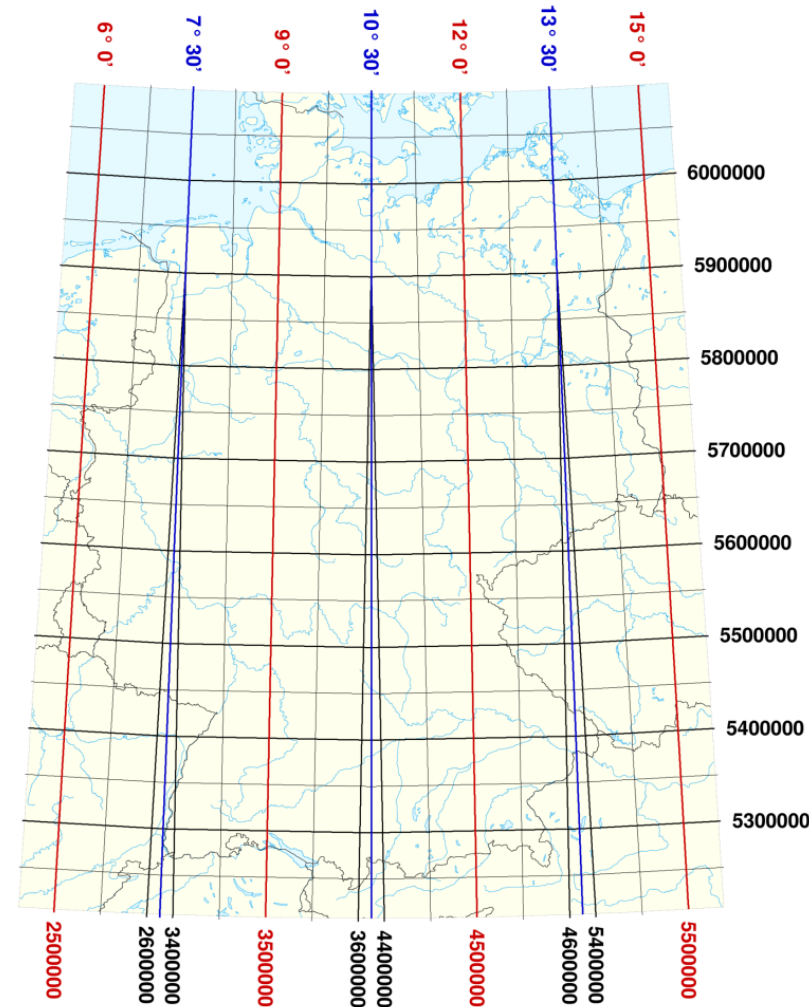
Starke
Verzerrung
entfernt von
Mittelmeridian

Variante 2: Gauß-Krüger-Koordinatensystem

- Erde wird in 3° breite Streifen unterteilt
- Jeder Streifen wird mit einer transversalen Mercatorprojektion abgebildet (Mittelmeridian = Streifenzentrum)

Verwendung:

- Deutsche Landesvermessungen (mit Potsdam-Datum)
- Ab 1991 durch **UTM** abgelöst



Johann Carl Friedrich Gauß
1777–1855



Johann Heinrich Louis Krüger
1857–1923

Variante 3: Universal Transversal Mercator (UTM)



- Prinzip wie Gauß-Krüger
- Streifenbreite 6°
- Projektionszylinder schneidet Erdball an zwei parallel verlaufenden Durchdringungskreisen, sodass ein streifenförmiger Teil des Erdballs aus der Zylinderoberfläche herausragt
- ➔ Weniger Verzerrung auf die gesamte Breite des Streifens bezogen

Verwendung:

- GPS-Koordinaten (WGS84)
- Deutsche Landesvermessungen (ETRS89)

