

# Berechenbarkeit und Komplexitätstheorie

Wintersemester 2024/2025

Aufgabenblatt 2

**Abgabe: Spätestens 12. November 2024 um 12:15 Uhr (in der Übung)**

## Aufgabe 2.1 (2 + 3 Punkte)

- Zeigen Sie, dass man zu jeder (Einband-)Turingmaschine eine neue Turingmaschine konstruieren kann, die zwei Bänder und nur die beiden Zustände  $q_0$  (Startzustand) und  $q_e$  (Endzustand) besitzt.
- Zeigen Sie, dass man eine beliebige Mehrband-Turingmaschine mit  $k$  Bändern durch eine Einband-Turingmaschine simulieren kann.

## Aufgabe 2.2 (6 Punkte)

Die Firma GLOBEX verkauft die Programmiersprache "LOOP++". Zusätzlich zu den Anweisungen üblicher (also aus der Vorlesung bekannter) LOOP-Programme besitzt LOOP++ noch die folgenden Makros (mit der üblichen Semantik aus bekannten Programmiersprachen):

- `if  $x_k = 0$  then  $A$  else  $B$  end` ( $A$  und  $B$  sind beliebige LOOP++-Programme.)
- `$x_i := x_j + x_k$`
- `$x_i := x_j \cdot x_k$`

LOOP++ kostet wesentlich mehr als LOOP. Ist dieser höhere Preis gerechtfertigt, oder kann LOOP++ nicht mehr berechnen als LOOP?

## Aufgabe 2.3 (4 Punkte)

Die *Lucas*-Zahlen sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}L_1 &= 2 \\L_2 &= 1 \\L_{n+1} &= L_n + L_{n-1} \quad (\text{Für } n \geq 2)\end{aligned}$$

Schreiben Sie ein LOOP-Programm, das die  $n$ -te Lucas-Zahl  $L_n$  berechnet. Wie üblich ist der Wert  $n$  zu Beginn des Programms in Variable  $x_1$  gespeichert. (Sie dürfen hierzu das Additions-Makro aus der vorigen Aufgabe nutzen.)