

Berechenbarkeit und Komplexitätstheorie

Wintersemester 2025/2026

Aufgabenblatt 2

Abgabe: Spätestens 11. November 2025 um 12:15 Uhr (in der Übung)

Aufgabe 2.1 (2 + 3 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass man zu jeder (Einband-)Turingmaschine eine neue Turingmaschine konstruieren kann, die zwei Bänder und nur die beiden Zustände q_0 (Startzustand) und q_e (Endzustand) besitzt.
- b) Zeigen Sie, dass man eine beliebige Mehrband-Turingmaschine mit k Bändern durch eine Einband-Turingmaschine simulieren kann.

Aufgabe 2.2 (6 Punkte)

Die Firma GLOBEX verkauft die Programmiersprache “LOOP++”. Zusätzlich zu den Anweisungen üblicher (also aus der Vorlesung bekannter) LOOP-Programme besitzt LOOP++ noch die folgenden Makros (mit der üblichen Semantik aus bekannten Programmiersprachen):

- **if** $x_k = 0$ **then** A **else** B **end** (A und B sind beliebige LOOP++-Programme.)
- $x_i := x_j + x_k$
- $x_i := x_j \cdot x_k$

LOOP++ kostet wesentlich mehr als LOOP. Ist dieser höhere Preis gerechtfertigt, oder kann LOOP++ nicht mehr berechnen als LOOP?

Aufgabe 2.3 (4 Punkte)

Die *Lucas*-Zahlen sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} L_1 &= 2 \\ L_2 &= 1 \\ L_{n+1} &= L_n + L_{n-1} \quad (\text{Für } n \geq 2) \end{aligned}$$

Schreiben Sie ein LOOP-Programm, das die n -te Lucas-Zahl L_n berechnet. Wie üblich ist der Wert n zu Beginn des Programms in Variable x_1 gespeichert. (Sie dürfen hierzu das Additions-Makro aus der vorigen Aufgabe nutzen.)