

Berechenbarkeit und Komplexitätstheorie

Wintersemester 2025/2026

Aufgabenblatt 6

Abgabe: 16. Dezember 2025 um 12:15 Uhr (in der Übung)

Aufgabe 6.1 (3 + 4 Punkte)

Es seien die beiden Folgen von Tupeln gegeben:

- $K_1 = (\oplus \vartheta \vartheta, \vartheta \vartheta \oplus), (\vartheta \vartheta \oplus, \vartheta), (\oplus \vartheta \vartheta \oplus, \vartheta), (\vartheta \vartheta, \oplus \vartheta \vartheta), (\oplus, \oplus \oplus \vartheta)$
- $K_2 = (101, 10), (1, 01), (010, 10), (10, 0)$

Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussagen:

- (i) $K_1 \in PCP$
- (ii) $K_2 \in PCP$

Aufgabe 6.2 (4 Punkte)

Sei 01-PCP die Variante des Postschen Korrespondenzproblems, bei der die Eingabetupel auf das Alphabet $\{0, 1\}$ beschränkt sind (d. h. die Wörter der Wortpaarfolge sind nicht-leere Binärstrings). Zeigen Sie, dass diese Variante *unentscheidbar* ist.

Aufgabe 6.3 (6 + 5 Punkte)

Gegeben sei eine Turingmaschine $M = (\{q_0, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \square\}, \delta, q_0, \square, \{q_f\})$ wobei δ wie folgt definiert ist:

$\delta(q, w)$	0	1	$\square$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_f, 0, N)$

Mit anderen Worten: M hängt ans Ende der Eingabe eine einzelne 0. Sei weiter $w \in \{0, 1\}^*$ das Wort, das diese Turingmaschine kodiert (also $M = M_w$).

- Geben Sie die Instanz des modifizierten Post'schen Korrespondenzproblems (*MPCP*) an, die sich gemäß der Reduktion $K \leq MPCP$ (Lemma 8.4, Seite 43 im Skript) aus dieser Turingmaschine ergibt.
- Angenommen $w = 101$. Geben Sie die Folge der Tupel Ihrer MPCP-Instanz an, die der Arbeitsweise der obigen Turingmaschine angewendet auf w entspricht.